

विश्वामित्रायाः नाम्नोऽनुवाकः

महाराज जाजो विनम्र होंगी। सभी भाई
जहाँ, खोले हों। अहमद, भाई महाराज के
जहाँ, वेतल जाई.

हं प्रजकुमुंबईतील महाराष्ट्राने वाई आरु मधुकेशन हांच्या
हुकुमावरून पाठ्या केकडील टापर्याने तलावत.
नवी आरुनि.

छापणारनाशेगमचंद्रठकारस्त०डा०

मुका मयुगे.

इसवीसंन१८५२.

शके १७७३.

253218

A4

B4

अपूर्णांक भागाची अनुक्रमणिका.

प्रकरण - - - - -	पृष्ठ.
कार्यप्रकाशकविद् - - - - -	१
व्यवहारी अपूर्णांक - - - - -	२
व्यवहारी अपूर्णांकाचा रूपभेद - - - - -	५
_____ मिळवणी - - - - -	३१
_____ वजाबाकी - - - - -	३४
_____ गुणाकार - - - - -	३६
_____ भागाकार - - - - -	३८
_____ त्रैराशिक - - - - -	४०
दशांश अपूर्णांक - - - - -	४३
_____ मिळवणी - - - - -	४४
_____ वजाबाकी - - - - -	४६
_____ गुणाकार - - - - -	४७
_____ भागाकार - - - - -	५१
_____ रूपभेद - - - - -	५७
दशांश त्रैराशिक - - - - -	६५
द्वादशांश - - - - -	६६

वर्गमूळ काढायाचें	-	-	-	-	-	-	-	८२
घनमूळ काढायाचें	-	-	-	-	-	-	-	८४
कोणतेही मूळ काढायाचें	-	-	-	-	-	-	-	८३
वर्ग घन आणि मूळ यांचे कोष्टक	-	-	-	-	-	-	-	९३
उत्तर गुणोत्तर प्रमाण आणि श्रेढी	-	-	-	-	-	-	-	१३३
गणित प्रमाण आणि श्रेढी	-	-	-	-	-	-	-	१३५
भूमिति प्रमाण आणि श्रेढी	-	-	-	-	-	-	-	१४४
सर्कट	-	-	-	-	-	-	-	१५२
एकेरी सर्कट	-	-	-	-	-	-	-	१५३
दुहेरी सर्कट	-	-	-	-	-	-	-	१५९
सरळ व्याज	-	-	-	-	-	-	-	१६४
चक्रवाढ व्याज	-	-	-	-	-	-	-	१६९
मध्यमिश्र गणित	-	-	-	-	-	-	-	१७३
व्युत्क्रममिश्र गणित	-	-	-	-	-	-	-	१७८
एकेरी इष्टराशि	-	-	-	-	-	-	-	१८२
दुहेरी इष्टराशि	-	-	-	-	-	-	-	१८२
गणितांतील कामाचे प्रश्न	-	-	-	-	-	-	-	१९२

A4

B4

अपूर्णांक.



कार्यप्रकाशकचिन्हें.

गणित आणि बीजगणित यांमध्ये किती एक कामांची प्रकाशक सणजे दाखविणारी चिन्हे आहेत ती लिहितो.

+ हे चिन्ह अधिक करण्याचें सणजे मिळविण्याचें, हे घनाचे चिन्ह.

— हे उणें करण्याचें सणजे वजा करण्याचें, हे ऋण चिन्ह.

× हे गुणण्याचें.

÷ हे भागण्याचें

::: हे राशिगणित करण्याचें.

= हे सणजे शब्दाचें किंवा बराबर.

✓ हे वर्गमूळ करण्याचें.

√ हे घनमूळ करण्याचें.

यांची उपयोगस्थळे.

५ + ३ यांत ५ आणि ३ यांची मिळवणी करावी, असें मध्यचिन्ह

दाखवितें.

६-२ यांत ६ तून २ उणे करावे, म्हणजे साहस दोन वृज्ज करावे.

७×३ यांत सातांनी तीन गुणावे, हें नव्याचिह्न दाखवितें.

८ ÷ ४ यांत आठ चौहोंनी भागावे, असें नव्याचिह्न दाखवितें.

२:३::४:६ यांत जसे दोन तिहीस तसे चार साहस.

७१ यांत सातांचा वर्ग करावा हें तो बरचा लाहान अंक दाखवितो.

८१ यांत आठांचा घन करावा हें तो बरचा लाहान अंक दाखवितो.

√३ किंवा ३ यांत तिहीचें वर्गमूळ करावें.

१२ किंवा १२ यांत पांचाचें घनमूळ करावें.

व्यवहारी अपूर्णांक.

कोणता ही अवयवी किंवा संख्यापूर्ण अथवा अपूर्ण जाणून, त्याचे कितीहि खंड केले तरी त्याखंडांच्या मजकाम अपूर्ण म्हणतात, जसें, जर मूळ अवयवीचे आठ भाग केले तर

भागांतून ३, ५, ७ इत्यादि भाग घेतात त्यांस अपूर्ण म्हणतात; आणि त्यांची लिहिण्याची रीति या प्रमाणे आहे, $\frac{३}{२}$, $\frac{५}{२}$, $\frac{७}{२}$ इत्यादि. रेघेचे खालच्या आंगास जी संख्या आहे तीस छेद म्हणतात, कां की मूळ अवयवी किती भागांनी छेदिला आहे तें ती दाखविते. आणि रेघेच्या वरच्या आंगास जी संख्या आहे तीस अंश म्हणतात, कां की मूळ अवयवीचा अपूर्णपणा दाखवायासाठी त्या केलेले छेदांतून किती भाग घेतले आहेत हें ती दाखविते. यारूपाच्या संख्येस दशांश अपूर्णाकांचा भेद दाखवायासाठी व्यवहारी अपूर्णांक असें नांव ठेविलें आहे.

व्यवहारी अपूर्णाकांत कांहीं भेद आहेत, जसें, सम, विषम, भागजाति, प्रभागजाति, भागानुबंध अपूर्णांक इत्यादि.

सम अपूर्णांक तोच होय, ज्यांत अंश छेदांहून उणे आहेत, जसें, $\frac{१}{२}$, अथवा $\frac{३}{४}$, अथवा $\frac{३}{५}$.

विषम अपूर्णांक तोच होय, ज्यांत अंश छेदांच्या बराबर किंवा अधिक आहेत, जसें, $\frac{३}{३}$, अथवा $\frac{५}{२}$, अथवा $\frac{७}{२}$. या प्रकारास विषम असें नांव ठेवायाचें कारण हेंच आहे कीं, असा अपूर्णांक एकचे बराबर किंवा एकापेक्षा अधिक आहे.

भागजाति अपूर्णांक तोच होय, ज्यांत एके सगळे वस्तूचा तुकडा केवळ अपूर्णांकच आहे, जसें, $\frac{३}{३}$, अथवा $\frac{३}{५}$.

प्रभागजाति अपूर्णांक तोच होय, ज्यांत अपूर्णांकाचा अ
पूर्णंक, अथवा कितीएक अपूर्णांकांमध्ये चालिहून जे जोडले
असतात, जसें, $\frac{2}{3}$ चा $\frac{1}{3}$ अथवा $\frac{3}{4}$ चे $\frac{1}{4}$ चे $\frac{1}{4}$.

भागानुबंध पूर्णांक तोच होय, ज्यांत पूर्णांक लिहून त्या
पुढें जवळच अपूर्णांक लिहिला आहे, जसें, $३\frac{1}{2}$ अथवा $१९\frac{3}{4}$
अथवा $२१\frac{5}{8}$.

मिश्र अपूर्णांक तोच आहे, ज्याचे अंश आणि छेद दोन
ही सम, विषम, अथवा भागानुबंध आहेत, जसें, $\frac{1}{2}$, अथवा $\frac{3}{4}$,
अथवा $\frac{5}{6}$, अथवा $\frac{7}{8}$ इत्यादि हे सर्व मिश्र अपूर्णांक आहेत.

कोणत्याही पूर्णांकास छेदस्थळी एक लिहिल्यानें अपूर्णांकाचें रूप होतें, जसें, जर ३ या पूर्णांकास अपूर्णांकाचें रूप द्यायचें आहे तर त्याची लिहिण्याची रीति $३\frac{0}{1}$ अशी आहे; तसें इत्यादि.

कोणताही अपूर्णांक भागाकार दारववितो, सणून अंश छेदांनीं भागून जो भागाकार उत्पन्न होतो त्याचे बराबर त्या अपूर्णांकाचा भाव आहे. जसें, $\frac{1}{2}$ या अपूर्णांकाचा भाव २ याचे बराबर आहे; आणि $\frac{3}{4}$ याचा भाव $४\frac{1}{3}$ याचे बराबर आहे.

व्यवहारी अपूर्णाकाचारूपभेद.

व्यवहारी अपूर्णाकाचारूपभेद म्हणजे त्यास एका रूपांतून किंवा नावांतून दुसऱ्या रूपांत किंवा नावांत आणण्याचा प्रकार आहे, आणि व्यवहारी अपूर्णाकाची मिळवणी, वजाबाकी इत्यादि करायासाठीं अगोदर त्यांस हा प्रकार केल्या पाहिजे, असा रूपभेद द्यावयाचे कितीएक प्रकार आहेत.

कृत्य.

दोन किंवा अधिक संख्यांचा दृढभाजक

काढायाचे.

दोन किंवा अधिक संख्यांचा दृढभाजक तीच संख्या आहे, जी त्यासंख्यांस निःशेष भागिते, जसें, १० आणि २४ या दोन संख्या २, ३, ६, यांणीं निःशेष भागितल्या जातात, परंतु यांत मोठी संख्या ६ तीस दृढभाजक म्हणतात.

रीति.

जर दोन संख्या मात्र असतील, तर त्यांत जी मोठी स

ख्या असेल ती लाहान संख्येने भागावी, नंतर, बाकी राहिल
तो नवा भाजक करून त्याने पूर्व भाजक भागावा, याप्रमाणे शेव
ल बाकीने तत्पूर्वभाजक पुनःपुनः भागितां ज्या भाजकांनी शेव
ल भाज्य निःशेष होईल तो इच्छित संख्यांचा दृढभाजक होय.

जेव्हा संख्या दोहोंपेक्षा अधिक असतील, तेव्हा त्यांत
भलते दोहोंचा पूर्वी सांगितल्याप्रमाणे दृढभाजक काढ, नंतर
दृढभाजक आणि राहिलेली संख्या यांचा दृढभाजक काढ;
रीतीने जितक्या संख्या राहिल्या असतील त्यांचा दृढभाजक काढावा;
क्षणजे शेषहील दृढभाजक जो उत्पन्न होतो तो सर्वसां
तल्या संख्यांचा दृढभाजक आहे.

जर असें होतें कीं, अशा रीतीने दृढभाजक १ मात्र
घटो, तर अशा संख्यांस अदृढभाजक क्षणतात, क्षणजे त्यां
दृढभाजक नाही, अथवा असें क्षणतात कीं त्या संख्या परस्पर
अविभाज्य आहेत.

* अविभाज्य संख्या त्या आहेत, ज्यांस एकावाचून दुसरा भाजक
शेष भागित नाही; जसे, २, ३, ५, ७, ११, १३, १७ इत्यादि. या संख्यांना
थ पूर्वकायपासून चालत आहे, आणि अशी संख्या जाणायासाठी एक
गली राति आजच्यादिवशी अपेक्षित आहे.

उदाहरणें.

प्रथम, १९०८, १३६, आणि ६३० यांचा दृढभाजक काढ.
 १३६) १९०८ (२ हून जे १९०८ आणि १३६ यांचा दृढभाजक ३६ आहे.

$$\begin{array}{r}
 १९०८ \\
 \hline
 ३६) १३६ (२६ नंतर ३६) ६३० (१७ \\
 \hline
 ७२ \\
 \hline
 २१६ \\
 २१६ \\
 \hline
 ००
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 ३६ \\
 \hline
 २७० \\
 २५२ \\
 \hline
 १८) ३६ (२ \\
 \hline
 ३६ \\
 \hline
 ००
 \end{array}$$

भाजकरितां सांगितल्या संख्यांचा दृढभाजक ३६ आहे.

(ईशतास् थेनीस्) यानामें एकमोठा ज्योतिषी विश्वदेशांत होता, त्याणें या अपेक्षितासाठीं एक युक्ति काढिली, जीस त्याणें चालनीं असं नांव ठेविलें; कों कों त्या युक्तीनें अविभाज्य संख्या इतर संख्यां हून निराव्याकरितां येतात, आणि अशारीतीस विषम हूनतात, कों कों फार मोठ्या विस्तारा वांचून थोडक्यांत सरळरीतीनें कोणतीही संख्या आरंभ आहे कों नाहीं हें समजांत येत नाहीं. अशी विस्ताररीति आजपर्यंत चालली आहे ती ही आहे.

एकापासून कोणतेही इच्छिते संख्ये पावेतो सर्व विषम संख्या अनुक्रमानें लिहि, जसें,

१ ३ ५ ७ ९ ११ १३ १५ १७ १९
 २१ २३ २५ २७ २९ ३१ ३३ ३५ ३७ ३९

दुसरें, २४६ आणि ३७२ यांचा हटभाजक काय?

उत्तर, ६

४१ ४३ ४५ ४७ ४९ ५१ ५३ ५५ ५७ ५९
६१ ६३ ६५ ६७ ६९ ७१ ७३ ७५ ७७ ७९
८१ ८३ ८५ ८७ ८९ ९१ ९३ ९५ ९७ ९९

आतां प्रथमच्या अविभाज्य संख्येपासून आरंभ कर, आणि तीपासून तिसऱ्या संख्येवर एक एक बिंदु कर, कां की ती ती संख्या तिहींनीं निःशेष भागित जाते, जसें, ९, १९, २९ इत्यादि.

नंतर पांचापासून पांचवे पांचवे स्थळीं बिंदु कर, कां की ती ती संख्या पांचांनीं निःशेष भागिली जाते. जसें, ११, २१, ३१ इत्यादि.

पुनः सातोंपासून सातवे सातोंवे संख्येवर बिंदु कर, कां की ती ती संख्या सातोंनीं निःशेष भागिली जाते, जसें, २१, ३१, ४१ इत्यादि.

असें केलें असतां सर्व संख्या ज्या बिंदुवांचून आहेत त्या अविभाज्य संख्या जाणाऱ्या, म्हणून ७ आणि १०० या दोहों संख्यांच्या मध्ये कोणतीही अविभाज्य संख्या नाही, कां की जर कोणतीही संख्या कोणतेही अविभाज्य संख्येनें निःशेष भागिली जात नाही, परंतु ती अविभाज्य संख्या अशी असावी कीं सांगितल्या संख्येचे वर्गमूळापेक्षा उणी, तर असें जाणाऱ्यां कीं सांगितली संख्या स्वतः अविभाज्य संख्या होय, सर्वसम संख्यां मध्ये २ ही सम संख्या मात्र अविभाज्य संख्या आहे, म्हणून दोहोंपासून १०० पर्यंत पुढे सांगितों या संख्या अविभाज्य संख्या आहेत, १, ३, ५, ७, ११, १३, १७, १९, २३, २९, ३१, ३७, ४१, ४३, ४७, ५३, ५९, ६१, ६७, ७१, ७३, ७९, ८३, ८९, ९१, ९७ या चालनी वाचून दुमरी थोडक्यांत कोणतीही गति नाही, कीं कोणतीही

तिसरें, ३२४, ६१२ आणि १०३२ यांचा दृढभाजक काय?

उत्तर, १२.

प्रथम प्रकार.

अपूर्णाकाचा अतिसंक्षेप करायाचा.

+ सांगितल्या अपूर्णाकाच्या पदांस कोणत्याही संख्येने भाग,

करून अविभाज्य संख्या समजात येईल, म्हणजे आज पावले ज्योतिषापद्धतीची रीति सांपडली नाही.

+ स्पष्ट आहे की जर सांगितल्या अपूर्णाकांचे पदांस भरल्या एकाच अंकांने भागिलें तर दुसरा अपूर्णाक उत्पन्न होईल, त्याचा भाव सांगितल्या अपूर्णाका बराबर होईल. आणि अशा रीतीने जो चाळेल तो पुनः पुनः भागाकार केला आहे, अथवा जेव्हा भाजक अतिदृढ आहे तेव्हा ही, स्पष्ट आहे की नवीं अपूर्णाकांची पदे जी उत्पन्न होतात त्यापेक्षा संक्षेप द्यायला अवकाश.

पाहा, १, कोणत्याही संख्येच्या शेवटी जर सम अंक अथवा पूज्य असेल, तर ती सर्व संख्या २ यांनी भागिली जाईल.

२, कोणत्याही संख्या ज्याच्या शेवटी ५ किंवा ० आहे त्या सर्व पांचांनी भागिल्या जातील.

३, जर कोणत्याही संख्यांच्या उजवेकडे शेवटी ० आहे तर त्या सर्व संख्या १० नीं भागिल्या जातील; जर दोन शून्ये असतील तर त्या सर्व संख्या १००

कीं जिणें निःशेष होईल; नंतर जे भागाकार येतील त्यांस त
रीतीनें दुसरे संख्येनें भाग, असें पुढेंही कर जां पर्यंत एकावा
दुसरे कोणतेही संख्येनें भागितां नयेईल, ह्मणजे ते शेषटील भा
कार सांगितल्या अपूर्णाकपदांचा संक्षेप झाला.

नीं भागित्या जातील, जर तीन शून्यें असतील तर १००० नीं भागित्या जा
आणि असें पुढेंही, ह्मणजे असा भागाकार करायासाठीं शून्यें मात्र कापित
हिजेत.

४, जर कोणतेही संख्येचे शेषटील दोन अंक चौहोनीं भागिते
ल तर ती सर्वसंख्या चौहोनीं भागिली जाईल. आणि शेषटील ३ अं
१ आठोनीं भागिते जातील तर ती सर्वसंख्या आठोनीं भागिली जा
असें पुढेंही.

५, जर कोणतेही संख्येचे सर्व अंकांची बेरीज तिहींनीं किंवा नव
भागिली जाईल तर ती सर्वसंख्या तिहींनीं किंवा नवोनीं भागिली जाईल.

६, जर उजवे शेषटील अंक सम आहे, आणि सर्व अंकांनी बेरी
नीं भागिली जाईल तर ती सर्व संख्या सोहोनीं भागिली जाईल.

७, जर कोणत्याही संख्येचे विषमस्थळींचे अंकांची बेरीज सम
ळीचे अंकांचे बेरजे बरोबर आहे, तर ती सर्वसंख्या ११ नीं भागिली
ईल.

८, जर कोणतीही संख्या आपल्या वर्गमूल्याहून उण्यासंख्येनें
शेष भागिली जात नाही तर ती अविभाज्य संख्या जाणावी ती एक
वीं नून कोणत्याही अंकानें भागायास अशक्य

अथवा सांगितल्या अपूर्णाकांचे पदांस त्यांच्या दृढभाजकांमैं एकदांच भाग, मग अशारीतीनें जे भागाकार येतील तीं इच्छिते अपूर्णाकांचीं पदे सांगितले अपूर्णाकांच्या पदांबराबर आहेत.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{२१६}{२८८}$ यांस अतिसंक्षेप रूपदे.

$$\frac{२१६}{२८८} = \frac{७२}{९६} = \frac{३६}{४८} = \frac{१२}{१६} = \frac{६}{८} = \frac{३}{४} \text{ हें उत्तर.}$$

अथवा याप्रमाणें

$\frac{२१६}{२८८} (१)$ या करितां दृढभाजक ७२ आहे.

$$\frac{७२ \times २१६ (३) \text{ आणि } ७२ \times २८८}{२१६} = \frac{३}{४} \text{ हें उत्तर, वरचे सारखें.}$$

९, दोन आणि पांच यांशिवाय सर्व अविभाज्य संख्यांचे एकूंचे स्थळीं हे अंक असतात, १, ३, ७, किंवा ९; आणि यांशिवाय दुसऱ्या सर्वसंख्या (कंपुसेट) आहेत झणून भागिल्या जातील.

१०, जेव्हां कोणत्याही संख्या धन किंवा ऋण चिन्हांनीं जोडिल्या असून, त्यांस कोणतेहि दुसरे संख्येनें भागायाचें आहे तर त्या प्रत्येक संख्येस वेगळें वेगळें भागिलें पाहिजे; जसें, $\frac{१० + ८ - ४}{२} = ५ + ४ - २ = ७$

११, परंतु जर संख्या गुणाकाराच्या चिन्हांनें जोडिली आहे तर त्यांतील एकच संख्या भागावी, जसें,

$$\frac{१० \times ८ \times ३}{६ \times १} = \frac{१० \times ४ \times ३}{२ \times १} = \frac{१० \times ३ \times १}{१ \times १} = \frac{३०}{१} = ३०$$

दुसरें, $\frac{१९५}{३२०}$ यांस अतिसंक्षेप रूप दे.

उत्तर, $\frac{१}{४}$

तिसरें, $\frac{१३६}{२०४}$ यांस अतिसंक्षेप रूप दे.

उत्तर, $\frac{२}{३}$

चवथें, $\frac{५२५}{६३०}$ यांस अतिसंक्षेप रूप दे.

उत्तर, $\frac{५}{६}$

दुसरा प्रकार.

भागानुबंध पूर्णांकास बरोबर भावाचें विषम
अपूर्णांकाचें रूप घावयाचा.

क पूर्णांकास अपूर्णांकाचे छेदांनीं गुण, आणि त्या गुणाका
शीं अंश मिळीव; नंतर हीं वरीज अपूर्णांकाचे वरले आंगास अंश
थळीं लिहि, ह्मणजे इच्छितें काम झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, २३ $\frac{१}{२}$ यांस बराबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप दे.

क स्पष्ट दिसतें कीं बरची रीति उघडी आहे, कां कीं कोणत्याही अवयव
स भरल्या संख्येनें गुणावें आणि तो गुणाकार त्याच संख्येनें भागावा हीं दो
ही बरोबर भावाचीं आहेत. ह्मणजे भरलेही अपूर्णांक हेंच दाखवितात, कीं उ
यांस छेदांनीं भागावें.

२३ $\frac{३}{५}$ अथवा याप्रमाणे $\frac{(२३ \times ५) + ३}{५} = \frac{११७}{५}$ हें उत्तर.

$$\begin{array}{r} \frac{११५}{५} \\ २ \\ \hline ११७ \end{array}$$

दुसरें, $१२ \frac{१}{२}$ यांस बराबर भावाचें अपूर्णाकाचें रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{११५}{२}$$

तिसरें, $१४ \frac{७}{९}$ यांस बराबर भावाचें अपूर्णाकाचें रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{१४७}{९}$$

चवथें, $१८३ \frac{५}{२९}$ यांस बराबर भावाचें अपूर्णाकाचें रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{३८४८}{२९}$$

तिसरा प्रकार.

विषमअपूर्णाकासबरोबर भावाचें पूर्णाकाचें अथवा

भागानुबंधपूर्णकाचें रूप द्यावयाचा.

+ अंश छेदांनीं भाग, भागाकार येईल तो इच्छिता पूर्णाक अथवा भागानुबंध पूर्णाक होईल.

+ स्पष्ट आहे कीं, ही रीति पूर्वरीतीचीच उलट आहे, आणि इंचें कारण मरकभागाकाराचे गुणापासून प्रकट आहे.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{१२}{३}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

आतां $\frac{१२}{३}$ अथवा $१२ \div ३ = ४$ हें उत्तर.

दुसरे, $\frac{१५}{५}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

आतां $\frac{१५}{५}$ अथवा $१५ \div ५ = ३$ हें उत्तर.

तिसरे, $\frac{७४९}{९९}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

याप्रमाणें १७) ७४९ (४४ $\frac{१}{९}$ हें उत्तर.

$$\begin{array}{r} ४४ \\ ९९ \overline{) ७४९} \\ \underline{४९५} \\ २५४ \\ \underline{१९८} \\ ५६ \\ \underline{४५} \\ ११ \end{array}$$

चवथें, $\frac{५६}{८}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

उत्तर, ८

पांचवें, $\frac{१३६२}{२५}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

उत्तर, ५४ $\frac{१२}{२५}$

साहस्रें, $\frac{२९९८}{९९}$ यांस बरोबर भावाचें रूप दे.

उत्तर, ३०१ $\frac{१८}{९९}$

चौथा प्रकार.

पूर्णांकास बरोबर भावाचें अपूर्णांकाचें रूप
दाखयाचा, ज्याचे छेद सांगितले संख्ये बरोबर होत.

* पूर्णाकास सांगितले छेदांनी गुण, आणि त्या गुणाका राखाळीं सांगितले छेद लिही, ह्मणजे इच्छिलें अपूर्णाका रूप जालें.

उदाहरणें.

प्रथम, ९ यांस बरोबर भावाचें अपूर्णाकाचें रूप दे, ज्यास छेद ७ होतील.

$$\text{आतां } ९ \times ७ = ६३, \text{ तेव्हां } \frac{६३}{७} \text{ हें उत्तर.}$$

$$\text{ह्मणजे } \frac{६३}{७} = ६३ \div ७ = ९ \text{ हा ताळा.}$$

दुसरें, १२ यांस बरोबर भावाचें अपूर्णाकाचें रूप दे, ज्यास छेद ११ होतील.

$$\text{उत्तर, } \frac{१५६}{११}$$

तिसरें, २५ यांस बरोबर भावाचें अपूर्णाकाचें रूप दे, ज्यास छेद ११ होतील.

$$\text{उत्तर, } \frac{२५०}{११}$$

* यांत गुणाकार आणि भागाकार हे दोनही कार्यांत आणिले आहेत, याजकरितां उज्वळ झालेंलें फक्त सांगितले अवयवांचे बरोबर भावाचें होईल.

पांचवाप्रकार.

प्रभागजाति अपूर्णाकास बरोबर भावाचें भाग जाति अपूर्णाकाचें रूप घावयाचा.

अंशां करितां सर्व अंश परस्पर गुण, आणि छेदां करितां सर्व छेद परस्पर गुण, ते नवे अंश छेद इच्छिते अपूर्णाक रूप जाति प्रभागजाति अपूर्णाकांमध्ये जर पूर्णाक अथवा भागधपूर्णाक असेल, तर त्यास पूर्वरीतीने अपूर्णाकाचें रूप घावयाचे. जर अपूर्णाकांतील भलतीं अंश छेद रूप दोन पदे भलतीं येतील ते एका अंकांने निःशेष भागिलीं जातील तर ते भागाकार रूप स्वीकारावयाचीं कामांत घेतां येतील, अथवा अंश छेद रूप कोणतींही न पदे समान असतील तर तीं रद्द करितां येतील.

पारीतीची सत्यता याप्रमाणें दाखविली जाते, सांगितले प्रभागजाति पूर्णाक $\frac{2}{3}$ चे $\frac{1}{3}$ असावे. आतां $\frac{2}{3}$ चा $\frac{1}{3} = \frac{2}{9} + 3 = \frac{28}{9}$; याजकरितां $\frac{2}{3} = \frac{28}{9} \times 3 = \frac{28}{3}$; म्हणजे या अपूर्णाकाचे अंश सांगितले अपूर्णाकाचे अंशचे गुणाकारा बरोबर आहेत, आणि याचे छेद सांगितले अपूर्णाकाचे छेदांचे काराबरोबर आहेत. जेव्हा प्रभागजाति अपूर्णाकांत दोहोंपेक्षां अधिक रकम होत, तेव्हा याप्रमाणें दोन रकमांस भग्नजाति रूप देऊन त्याशीं तिसरी रकम पुनः लिहि त्या तीन रकमांचे बरोबर भावाच्या होतील, याप्रमाणें अधिक रकमांतील वरी ही.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ वा $\frac{1}{2}$ यांस बराबर भावार्थें भागजातिअ
पूर्णकांछें रूप दे.

आतां $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{27}{64} = \frac{3}{4}$ हैं उत्तर.

अथवा $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{1}$ होन ठिकणीं आनि होन ठिकणीं ३४
र केलावे.

दुसरें, $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ यांस बराबर भावार्थें भाग
जातिअ रूप दे.

आतां $\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{81}{256} = \frac{3}{4}$ हैं उत्तर.

अथवा $\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{1}$ वरवें प्रमाणें होन ठिक

रद करून आनि होन स्थळीं ५ नीं भागून.

तिसरें, $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ यांस बराबर भावार्थें भागजाति
कांछें रूप दे.

उत्तर,

चवथें, $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ यांस बराबर भावार्थें
नि अपूर्णकांछें रूप दे.

उत्तर, :

पांचवें, $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ यांस बराबर भावार्थें
अपूर्णकांछें रूप दे.

उत्तर, १६

साक्षात्, ४ वें १६ वें ५ वें ३, साक्षात् ४ वें १६ वें ५ वें ३
गजाने अपूर्णाकांचें रूप हे.

उत्तर, १७

नातयें, ६ वें ६ आणि ७ यांचे वयाचे भावांचे भाग
ति अपूर्णाकांचें रूप हे.

उत्तर, १८

साक्षात् प्रकार.

वेगळे वेगळे छेदांचे अपूर्णाकांस वरीकर साक्षात्
अपूर्णक रूप सावराचा ज्यांचे छेद मन हांचे.

नवे अंशां करितां, प्रति अपूर्णाकांचे वेगळे वेगळे अंश
त्याचे त्याचे खालचे छेदांचाचून सर्व छेदांचाचून, आणि ७ वें
करितां सर्व छेदांस परस्पर गुण.

२० आपासून स्वष्ट आहारी, अंश भागिछेद वगळून मंजूर गुणि कांता
जो नवा अपूर्णाक उत्पन्न होतो, तो पूर्व अपूर्णाकांचेच भागसाक्षात्काराचाच भाग
त भेद होत नाही.

६ भा

साहा, या कामांत आणि दुसरे किती एक कामांत जर सांगितले संख्यांमध्ये पूर्णांक, अथवा भागातुबंध पूर्णांक, किंवा अभाज्यजाति अपूर्णांक असतील तर त्यांस आरंभी सांगितले पूर्वीचीं कत्तन सारक अपूर्णाकांचें रूप दिलें पाहिजे.

७ भा

उदाहरणे.

प्रथम, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, आणि $\frac{3}{4}$ यांस बरोबर भावाचें समलं द अपूर्णांक लाई.

$1 \times 2 \times 3 = 6$ हा ६ चा नवा अंश आहे.

$2 \times 2 \times 3 = 12$ हा १२ चा नवा अंश आहे.

$3 \times 2 \times 3 = 18$ हा १८ चा नवा अंश आहे.

$2 \times 3 \times 3 = 18$ हा सर्वोचा समलं द आहे.

८ भा

९ भा

वाजकरिता सांगितले वेगळे वेगळे अपूर्णाकांचे बरा बरा भावाचें हे अपूर्णांक आहेत. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, आणि $\frac{3}{4}$.

अथवा हें काम मनांत गुणाकार कत्तन वेगळाल्या रकमा एकदांच लिहिता येतील. जसे, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4} = \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$, अथवा संक्षेपानें = $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$.

१० भा

११ भा

जेव्हां नवे अंदा आणि समलं द यांचा दृढ किंवा जाधारण भाजक असेल, तर त्या वेगळाले संख्यांचे स्थळीं यांचे स्थान करी

स्थळीं १ असावा.

परंतु लघुतम साधारण गुणाकार तबरेनें काढावाचीरी तिही आहे.

सांगितल्या संख्या एक ओळींत लिहि, आणि जर त्यां तील २ किंवा अधिक संख्या २ या अविभाज्य संख्येनें भागल्या जातात तर त्यांस भागून त्यांचे भागाकार त्यांचे त्यांचे खाली दुसरे ओळींत लिहि, आणि ज्या भागात नाहीं त्या त्यांचे खाली दुसरे ओळींत पुनः लिहि, — यादुसरे ओळीस तसेंच २नीं भाग, पुढें तिसरीस, इत्यादि असें करितां जर २ या संख्येनें भागिल्या जात नाहीं तर ३ या अविभाज्य संख्येनें भाग, त्याणेंही सर्व भागात नाहीं तर ५, ७, इत्यादि अविभाज्य संख्यांनीं भाग, जों पर्यंत दोन संख्या भागल्यावांचून न राहातील. नंतर ते सर्व भाजक, आणि शेवटील ओळींतील भागाकार व भागल्यावांचून राहिली संख्या, हे सर्व परस्पर गुणून जो गुणाकार होईल तो लघुतम साधारण गुणाकार होय.

उदाहरण, ७, २४, ४०, ४५, आणि ७२ यांचालघुतम साधारण गुणाकार काढ.

७)	७	२४	४०	४५	७२
२)	७	१२	२०	४५	३६
३)	७	६	१०	४५	१८
४)	७	३	५	४५	९
५)	७	१	५	१५	३
६)	७	१	५	५	१
७)	७	१	१	१	१

या सर्व संख्यांनी हा निष्ठाव भागासाठी राख्य आहे.

दुसरें, २७, ६६, १३५, २७५ आणि ६७५ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढ.

३)	२७	६६	१३५	२७५	६७५
३)	९	२२	४५	२७५	२२५
३)	३	२२	१५	२७५	७५
५)	१	२२	५	२७५	२५
५)	१	२२	१	५५	५
११)	१	२२	१	११	१
	१	२	१	१	१

तेह्नां $3 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11 \times 2 = 13860$ हा इच्छित लघुतम साधारण गुणाकार आहे.

जेह्नां अपूर्णांक अथवा भागानुबंध पूर्णांक सामितले आत, तेह्नां शोधवल्यास विषम अपूर्णांकाचें रूप दे, आणि अतिसंक्षेप समच्छेद काढ, नंतर अंशांचे लघुतम साधारण गुणाकारास अशा अतिसंक्षेप समच्छेदांनीं भागून जो भागाकार येईल तो इच्छित अशा अपूर्णांकांचा लघुतम साधारण गुणाकार झाला.

उदाहरण, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{3}$ आणि $\frac{2}{7}$ ह्यांजें $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढ.

A4

B4

अपूर्णांकांस अतिसंक्षेप समछेद करून हें रूप होतें $\frac{५५}{१८}$, $\frac{१६}{१८}$, आणि $\frac{१६}{१८}$ आणि ७५, ९६, १६ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार २४०० आहे, त्यास १८ याणीं भागून भागाकार १३२ $\frac{१}{२}$ हा इच्छिता लघुतम साधारण गुणाकार जाला.

जेव्हां सांगितले दोन अपूर्णांकांतील एकाचा छेद दुसऱ्याचे छेदास निःशेष भागितो, तेव्हां त्या लहान अपूर्णांकाचीं दोनही पदे त्या भागाकारानें गुण, ह्मणजे दोनही समछेद जाले.

जसें, $\frac{३}{४}$ आणि $\frac{५}{८}$ यांस समछेद करायासाठीं लाहान अपूर्णांक $\frac{३}{४}$ यास २ नीं ह्मणजे $८ \div ४ = २$ याणीं गुणायाचें इतकें मात्र आहे, असें करून त्यांस हें रूप होतें, $\frac{६}{८}$ आणि $\frac{५}{८}$.

आणि $\frac{३}{४}$, $\frac{५}{८}$, $\frac{१६}{१८}$, यांस समछेद करायासाठीं $\frac{३}{४}$ यांचीं दोन पदे ४ याणीं गुणायाचीं, आणि $\frac{५}{८}$ यांचीं २ नीं इतकें मात्र आहे, ह्मणजे असें करून त्यांचें हें इच्छितें रूप जालें, $\frac{६}{१६}$, $\frac{१०}{१६}$, $\frac{१६}{१६}$.

अथवायाप्रमाणें.

सांगितले अपूर्णांकांस अतिसंक्षेप रूप देऊन, छेदांचाल लघुतम साधारण गुणाकार काढ, नंतर त्या गुणाकारास वेगळाले सांगितले छेदांनीं भागून, जे जे भागाकार येतील, ते त्याचे त्याचे अंशानें गुण, नंतर त्या त्या गुणाकार अंशा खालीं लघुतम साधारण गुणाकार लिहि, ह्मणजे सांगितले अपूर्णांकांस बरोबर

छेद रूप द.

१४, २२, १२१ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार = १४

$$\frac{१६९४}{१४} = १२१$$

$$\frac{१६९४}{२२} = ७७$$

$$\frac{१६९४}{१३१} = १४$$

हे तीन वाक्याले भागाकार, ज्यांणी अंश गुणायाचे आहेत.

तेव्हां $१२१ \times ३ = ३६३$

$$७७ \times ५ = ३८५$$

$$१४ \times १० = १४०$$

हे इच्छिले अंश आहेत.

आणि $\frac{३६३}{१६९४}, \frac{३८५}{१६९४}, \frac{१४०}{१६९४}$ हे इच्छिले अति संक्षेप सम

छेद रूपाचे अपूर्णांक जाले.

पाहा, अपूर्णांकांस समछेद रूप दिल्याने त्यांत अधिक वाचा कोणता आहे हे ही सत्वर कळते, जर $\frac{३}{५}, \frac{२}{५}$ यांस समछेद रूप $\frac{३७}{५५}$ देणें दिल्याने $\frac{२}{५}$ हे अधिक भावाचे आहेत हें उघड $\frac{३}{५}$ यांहून अधिक आहेत.

उदाहरणें.

यांस बरोबर भावाचें समछेद अपूर्णांक

र्णांक रूप दे.

दुसरें, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ आणि $\frac{3}{3}$ यां बरोबर
अपूर्णांक रूप दे.

तिसरें, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ आणि $\frac{3}{4}$ यांस बरोबर
अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर १, २०, ३०, ३०.
चवथें, $\frac{1}{5}$ आणि $\frac{2}{5}$ यांस बरोबर आवाचें समझे अ
पूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{1}{5}$ आणि $\frac{2}{5}$
पांचवें, $\frac{1}{5}$ आणि
र्णांक रूप दे.

साहायें, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$
द अपूर्णांक रूप दे.

सातवा प्रकार.

मिश्रअपूर्णांकांस शुद्ध अपूर्णांकांचें रूप द्यावयाचा.

अपूर्णांकांचे दोनही अवयवांस सरळ अपूर्णांकांचें रूप दे; नंतर प्रत्येकाचा अंश दुसऱ्याचे छेदानें गुण. हें काम पूर्व प्रमाणेंच आहे, एक एक अवयव बरोबर संख्येनें गुणिला असतां भावांत भेद होत नाही.

$$\text{जसें, } \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \text{ आणि } \frac{3\frac{1}{2}}{4} = \frac{7}{8} \text{ आणि } \frac{3\frac{3}{4}}{4\frac{1}{2}} = \frac{11}{10} \\ \frac{16}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{24}{5}.$$

आठवा प्रकार.

कोणतेही अपूर्णाकाचा भाव आपले पूर्णाकाचे
अवयवांत काढावयाचा.

पूर्णाकांत जर अनेक भावाचे अवयव आहेत तर त्यास विविध गुणाकार रीतीनें अंशानें गुणावे, आणि तो गुणाकार विविध भागाकार रीतीनें छेदांनीं भाग.

अथवा जर पूर्णाक कोणतेही भावाचा १ या संख्येचा असेल तर, त्यांत त्याचे खालचे भावाचे किती अवयव आहेत त्या संख्येनें अंश गुणावा, आणि तो गुणाकार छेदांनीं भागावा. नंतर

ज

ए

रा

क

त्य

प्र

क

ते

—

३

ह

जर कांहीं शेष राहिल, तर त्या भावाचा खालचे भावाचे अवयव त्या एकांत किती आहेत त्या संख्येने तें शेष गुणावे, आणि तो गुणाकार पूर्वप्रमाणे छेदानीं भागावा; इच्छा असेल त्या पावेतों पुढें असेंच कर, नंतर वेगळालें उत्पन्न जालेले भागाकार एक ओळींत त्याचे त्याचे स्थळीं लिहावे. ह्मणजे अपूर्णाकाचा इच्छिला भाव झाला.†

उदाहरणें.

प्रथम, २ रुपये ३ पावले याचे ६ काय आहेत. रीतीचे प्रथम रूपानें

$$\begin{array}{r} \text{रु} \quad \text{पा} \\ २ \dots ३ \\ ५) \underline{११ \dots ०} \\ \text{रु } २ \dots ० \dots ६० \text{ हे उत्तर.} \end{array}$$

दुसरें, १ रुपयाचे ३ काय आहेत. रीतीचे दुसरे रूपानें.

$$\begin{array}{r} ३ \\ ५) \underline{१०} \\ २ \dots १०० \\ ३) \underline{२००} \\ ६६ \frac{२}{३} \end{array} \quad \text{उत्तर, पा. ६६} \frac{२}{३}$$

तिसरें, १ रुपयाचे ३ हे पूर्णांकांत किती भावाचे आहेत ते सांग.

$$\begin{array}{r} \text{रु} \quad \text{पा} \quad \text{रे} \\ \text{उत्तर, } ० \dots १ \dots ५० \end{array}$$

† कोणतेही अपूर्णाकाचा अंश भागाकाराचे शेषा सारखा कल्पिला आहे, आणि छेद भाजका सारखा; याजकरितां ही रीति आणि विविध भागाकार हीं एक जातीची आहेत, अथवा त्रैगुणिकांतील शेषाचा भाव काढावाचें रीतीचीं आहेत.

चवथें, १ रुपयाचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत किती भावाचे
हेत तें सांग.

उत्तर, रु. पा. रे.
उत्तर, ०... ०... ००६.

पांचवें, ५ रुपयांचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत किती भावाचे अ
त तें सांग.

उत्तर, रु. पा. रे.
उत्तर, ३... ३... ०.

साहावें, २ रुपये ३ पाबळे ५० रेस यांचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत
ती भावाचे आहेत तें सांग.

उत्तर, रु. पा. रे.
उत्तर, ४... ०... ६०.

सातवें, १ मणाचे $\frac{३}{४}$ हे कजनी पूर्णांकांत किती भावाचे
आहेत तें सांग.

उत्तर, ३२ शीर.

आठवें, १ खंडीचे $\frac{३}{४}$ हे केली पूर्णांकांत किती भावाचे
आहेत तें सांग.

उत्तर, म. पा.
उत्तर, ६... ३.

नववें, १ बिघ्याचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत किती भावाचे आहे
तें सांग.

उत्तर, पा. का.
उत्तर, १७... १०.

दाहावें, १ दिवसाचे $\frac{३}{४}$ हे विलायती मानांचे पूर्णांकांत

ती भागाचे आहेत ते सांग.

उत्तर, अकरा वि.
उत्तर, ७०० १२०.

नववा प्रकार.

अपूर्णांकस एक जातीतून दुसरे जातीत आणावाचा.

॥ हळक्या रूपाचे अवयव त्याचे वरचे भारी रूपाचे एकांत किती आहेत तो विचार करावा, नंतर जर भारी रूपांतून हळक्या रूपांत आणावाचें आहे तर अंशास त्यासंख्येने गुणावा, परंतु जर हळक्या रूपांतून भारी रूपांत आणावाचें आहे तर छेदास त्यासंख्येने गुणावा.

उदाहरणे.

प्रथम, एकरूपाचे $\frac{३}{५}$ यांस रेसांत अपूर्णांक रूप दे.

$$\frac{३}{५} \times \frac{५}{५} \times \frac{१००}{१००} = \frac{६००}{१००} \text{ हें उत्तर.}$$

दुसरें, एकरेसाचे $\frac{५}{१००}$ यांस रुपयांत अपूर्णांक रूप दे.

$$\frac{५}{१००} \times \frac{१००}{१००} \times \frac{१००}{१००} = \frac{५००}{१००} \text{ हें उत्तर.}$$

तिसरें, एकरूपाचे $\frac{५}{१००}$ यांस रेसांत अपूर्णांक रूप दे.

॥ अंशाल रूपाने रकमासाठी पूर्णांकांत बदली उतरती यां प्रणी री ति संततिवली आहे, ती आणि ही रीति, तात्त्विक आहेत.

उत्तर, $\frac{२००}{३}$ रेस.

चवथें, वजनी एकमणाचे $\frac{३}{४}$ यांस खंडींत अपूर्णांक रु.
पदे.

उत्तर, $\frac{३}{४}$ खंडी.

पांचवें, वजनी एकखंडीचे $\frac{३}{४}$ यांस शेंरांत अपूर्णांक रु.
पदे.

उत्तर, $\frac{१६००}{३}$ शेंरा.

साहाबें, कैली एकशेंराचे $\frac{३}{४}$ यांस खंडींत अपूर्णांकरूपदे.

उत्तर, $\frac{१६००}{३}$ खंडी.

सातवें, एकरेसाचे $\frac{३}{४}$ यांस रुपयांत अपूर्णांक रूपदे.

उत्तर, $\frac{३}{४}$ रुपया.

आठवें, एकरुपयाचे $\frac{३}{४}$ यांस रेसांत अपूर्णांकरूपदे.

उत्तर, $\frac{१०००}{३}$ रेस.

नववें, ३ पावले ५० रेस यांस रुपयांत अपूर्णांक रूपदे.

उत्तर, $\frac{५}{६}$ रुपया.

दाहाबें, ३ पावले ३३ रेस यांस अपूर्णांक रूपदे.

उत्तर, $\frac{३३३}{४००}$ रुपया.

व्यवहारी अपूर्णाकांची मिळवणी.

जर अपूर्णाक समछेद आहेत, तर सर्व अंश एकत्र मिळवून त्याचे खाली समछेद लिहि. ह्मणजे ही वेगळाले अपूर्णाकांची इच्छिली बेरीज झाली.

* जर अपूर्णाक समछेद नाहीत तर ते समछेद करावे, आणि

* अपूर्णाक समछेद केल्याचे पूर्वी पराकाष्ठा विरूप आहेत, जसें रुपया आणि ऐस हे विरूप किंवा विजाति म्हणून त्यांचा एकीभाव होत नाही, परंतु त्यां स जेव्हां समछेद केले, आणि एकच वस्तूचे अवयव झाले तेव्हां त्यांचे अंशांची बेरीज अथवा वजाबाकी करून प्रसिद्ध होते, जशी कोणतेही पूर्णवस्तूची यास सून यारीतीची सत्यता स्पष्ट आहे. मिळवणी अथवा वजाबाकी यांत.

जेव्हां किती एक अपूर्णाकांची मिळवणी करायाची आहे तेव्हां बहुतेक रून बरे आहेत की, त्यांतील दोन अपूर्णाक जे समछेद करण्यास सुगम आहेत ते घेऊन त्यांस समछेद करून त्यांची बेरीज घे, नंतर ती बेरीज आणि दुसरा एक अपूर्णाक यांस समछेद करून बेरीज घे, याप्रमाणें पुढें हो.

पहा, २, भलते कोणतेही दोन अपूर्णाक घेतले, जसें, $\frac{१}{२}$ आणि $\frac{३}{४}$ हे बरोबर भावांत आहेत किंवा नाहीत हें त्यांस समछेद केल्यानंतर त्यांचे अंशांपासून प्रसिद्ध होतें. याजकरितां जर ३५×११ , आणि ७×५५ याप्रमाणें दोन बरोबर भावाचे गुणाकार उत्पन्न होतात, तर त्यांपासून बरोबर भावाचे होत न वे अपूर्णाक उत्पन्न होतील, जसें, $\frac{३५}{११} = \frac{५}{२}$, अथवा $\frac{३५}{११} = \frac{५५}{२२}$.

तेव्हां जर बरोबर भावाचे दोन अपूर्णाक घेतले, जसें, $\frac{१}{२}$ आणि $\frac{३}{४}$ तर $३५ \times ११ = ७ \times ५५$, या प्रत्येकांतून ७×११ हे वजा करून ही बाकी राहील. $(३५ - ७) \times ११ = (५५ - ११) \times ७$. याजकरितां हें अपूर्णाकरूप उत्पन्न होतें. $\frac{३५-७}{११} = \frac{५}{२}$, अथवा $\frac{३५}{११} = \frac{५५}{२२}$.

प्रमाणजाति अपूर्णांक, भागजाति करावे आणि अनेकदा अपूर्णांक अस्तित्वात न राहते एकदा करावे. नंतर दर संवित्त्या प्रमाणे निवडणी करावी. भागाबुद्ध अपूर्णांक अस्तित्वात विषय अपूर्णांक रूप हेऊन काढ करावे, अथवा त्यातील अपूर्णांक भाग घेऊन निवडणी करावी, नंतर ती बेरीज पूर्णांक जोडून लिहावी.

उदाहरणें.

प्रथम, ३, आणि ५, यांची बेरीज कर.

आता $३ \div ५ = \frac{३}{५} = १ \frac{३}{५}$, हे उत्तर.

या रीतीने ही जर $\frac{३}{५}$ या अपूर्णाकाची पदं $\frac{३५}{५}$ या अपूर्णाकाचे पदांशी अनुक्रमे निवडणी नरीही त्यास बरोबर भावाचे रूप होतं, जसे, $\frac{३५ \div ५}{५ \div ५} = \frac{७}{१} = ७$.

अथवा नामान्यतः जर $\frac{अ}{व} = \frac{क}{उ}$, तर त्याप्रमाणे दाखविलें जातें कीं,

$$\frac{अ \pm क}{व \pm उ} = \frac{अ}{व} = \frac{क}{उ}$$

याजकृतीने जेकां बरोबर भावाचे दोन अपूर्णांक आहेत, तेकां जर त्या दोहोने अंशांची बेरीज आणि छंदांची बेरीज अथवा अंशांची वजाबाकी आणि छंदांची वजाबाकी यांपासून जेनंच अपूर्णांक उत्पन्न होतील ते त्या पूर्वदोन अपूर्णाकांचे बरोबर भावाचे आहेत, हे प्रतिपाद्य बहुत उपयोगी आहे असें उक्त प्रमाण रीतीने कळेल.

दुसरें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{8}$ यांची बेरीज कर.

आतां $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{15}{20} + \frac{25}{20} = \frac{40}{20} = 2 \frac{1}{2}$ हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{5}{8}$ आणि $1 \frac{1}{4}$ आणि $\frac{3}{4}$ चा $\frac{1}{3}$ यांची बेरीज क

र.

आतां $\frac{5}{8} + 1 \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$ चा $\frac{1}{3} = \frac{5}{8} + \frac{15}{8} + \frac{3}{4} = \frac{5}{8} + \frac{20}{8}$
 $+ \frac{3}{4} = \frac{28}{8} = 3 \frac{1}{2}$ हें उत्तर.

चवथें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{8}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $1 \frac{1}{2}$.

पांचवें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{8}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $1 \frac{11}{16}$.

साहवें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{8}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $\frac{11}{8}$.

सातवें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{8}$ यांची बेरीज काय

होते.

उत्तर, $1 \frac{101}{96}$.

आठवें, $\frac{5}{8}$ आणि $\frac{3}{4}$ आणि $2 \frac{1}{4}$ यांची बेरीज काय

होते.

उत्तर, $3 \frac{35}{16}$.

नववें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{3}{4}$ चे $\frac{1}{4}$ आणि $2 \frac{3}{4}$ यांची बेरीज

ची बेरीज काय होते.

पा रे
उत्तर, $३० \frac{२२}{२}$.

अकरावें, एक पावल्याचे $\frac{३}{२}$ आणि एक रेसाचे $\frac{२}{२}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $\frac{५}{२}$.

बारावें, एक रुपयाचे $\frac{३}{२}$ आणि एक पावल्याचे $\frac{३}{२}$ आणि एक रेसाचे $\frac{२}{२}$ यांची बेरीज काय होते.

उत्तर, $\frac{७९}{२५२}$.

व्यवहारी अपूर्णाकांची वजाबाकी.

जसे मिळवणी करावयाकरितां व्यवहारी अपूर्णाक समजाति समछेद केले, तसे तयार करावे; नंतर भारी अंशांत थोडे अंश वजाकस्तून, बाकी राहिल त्याखालीं समछेद लिहावे, ह्मणजे इच्छिली वजाबाकी झाली.

A4

B4

आणि $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ उत्तर.

दुसरें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{1}{2}$ यांची वजाबाकी कर.

$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$ हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{5}{8}$ आणि $\frac{3}{8}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{4}$.

चवथें, $\frac{3}{8}$ आणि $\frac{1}{8}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{4}$.

पांचवें, $\frac{5}{8}$ आणि $\frac{3}{8}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{4}$.

साहाबें, $4\frac{3}{4}$ आणि $4\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{2}$ यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $4\frac{31}{44}$.

सातवें, एकरुपयाचे $\frac{1}{2}$ आणि एकपावल्याचे $\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{2}$

यांची वजाबाकी कर.

पा. रे. उत्तर, $9\frac{1}{2}$.

आठवें, रुपये $4\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{2}$ आणि एकपावल्याचे $\frac{1}{2}$ यां

ची वजाबाकी कर.



व्यवहारी अपूर्णाकांचा गुणाकार.

※ भागानुबंध पूर्णांक असला तर त्यास विषम अपूर्णाका
चें रूप द्यावें; नंतर सर्व अंश परस्पर गुणावे, ते अंश होतील; त
से सर्व छेद परस्पर गुणावे, ते छेद होतील, ह्मणजे इच्छिता गुणाकार
होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{२}{३}$ आणि $\frac{१}{२}$ यांचा गुणाकार काय होतो.

※ कोणतीही वस्तु अपूर्णाकानें गुणायाची, यांत हाच अर्थ आहे की,
त्या वस्तूचे कांहीं भाग घ्यावयाचे आहेत, याजकरितां प्रभागजाति अपूर्णा
कासारिखें प्रसिद्ध होतें; आणि त्याप्रमाणें अंश आणि छेद परस्पर अनुक्रमे
ने गुणून नवा इच्छिता अपूर्णाक उत्पन्न होतो.

पाहा, जेव्हां अपूर्णाकास पूर्णाकानें गुणायाचें आहे तेव्हां त्या अ
पूर्णकाचे छेद त्यापूर्णकानें निःशेष मागिले जातील तर भागून भागाकार ते
थें लिहावा ह्मणजे इच्छिलें काम झालें. आणि तसें नहोईतर अंश पूर्णाकानें
गुणावे ह्मणजे इच्छिलें काम झालें.

A4

B4

आता, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7} = \frac{1}{2520}$
४ $\frac{1}{2520}$ हैं उत्तर.

तिसरें, $\frac{1}{3}$ आणि $\frac{1}{6}$ यांचा गुणाकार काय होतो.

उत्तर, $\frac{1}{2}$.

चवथें, $\frac{1}{4}$ यांस $\frac{1}{6}$ यांनी गुण.

उत्तर, $\frac{1}{24}$.

पांचवें, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ आणि $\frac{1}{7}$ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{1}{210}$.

साहावें, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ आणि $\frac{1}{8}$ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{1}{168}$.

सातवें, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$ आणि $\frac{1}{9}$ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{1}{504}$.

आठवें, $\frac{1}{8}$ आणि $\frac{1}{9}$ चे $\frac{1}{3}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{1}{216}$.

नववें, $\frac{1}{9}$ आणि $\frac{1}{10}$ चे $\frac{1}{2}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{1}{180}$.

दाहावें, $\frac{1}{10}$ चे $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{3}$ चे $\frac{1}{6}$ हे परस्पर गुण.



उत्तर, $\frac{३३}{८४}$ अकरावें, $३\frac{३}{४}$ आणि $४\frac{१४}{३३}$ हे परस्पर गुण.उत्तर, $१४\frac{११}{३३}$ बारावें, $९\frac{३}{४}$, $३\frac{३}{४}$ चे $\frac{३}{४}$ आणि $४\frac{१}{४}$ हे सर्व परस्पर गुण.उत्तर, $२\frac{६}{३३}$

व्यवहारी अपूर्णाकाचा भागाकार.

* जसे गुणाकार करावयास अपूर्णांक तयार केले तेच भागाकार करावयास तयार करावे; नंतर अंश अंशां गावे, तसे छेद छेदानें भागावे, जर दोनही निःशेष भागले जल, असें नहोईल तर, भाजकाचे अंश व छेद बदलून लिहून गुणाकार रीती प्रमाणें तीं पदें परस्पर गुणावीं, स्रणजे भाग रक्षाला.

* भागाकार गुणाकाराचे उलटा आहे, याजकरितां यारीतीची सता स्पष्ट आहे.

पाहा, जेव्हां अपूर्णाकास पूर्णांकानें भागायाचें आहे, तेव्हां त्या पूर्णांकाचे अंश पूर्णांकानें निःशेष भागिले जातील तर भागून, भागाव तेथें लिहावा, तसें नहोईल तर छेद पूर्णांकानें गुणावे स्रणजे इच्छितं झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{३५}{२}$ यास $\frac{५}{३}$ यानें भाग.

आतां $\frac{३५}{२} \div \frac{५}{३} = \frac{५}{३} = १\frac{२}{३}$ हैं उत्तर.

दुसरें, $\frac{६}{२}$ यास $\frac{२५}{२५}$ यानें भाग.

$\frac{६}{२} \div \frac{२५}{२५} = \frac{६}{२} \times \frac{२५}{२५} = \frac{३५}{२} = ४\frac{१}{२}$ हैं उत्तर.

तिसरें, $\frac{१६}{२५}$ यास $\frac{२}{२५}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{२}{२५}$.

चवथें, $\frac{५}{१६}$ यास $\frac{३}{२५}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{५}{३२}$.

पांचवें, $\frac{१२}{२}$ यास $\frac{५}{६}$ यानें भाग.

उत्तर, $१\frac{१}{३}$.

साहावें, $\frac{५}{६}$ यास $\frac{१५}{२५}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{५}{२५}$.

सातवें, $\frac{१३}{३५}$ यास $\frac{३}{२५}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{३}{२५}$.

आठवें, $\frac{३}{२५}$ यास $\frac{३}{२५}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{१०}{२५}$.

नववें, $\frac{६}{२५}$ यास $\frac{३}{२५}$ यानें भाग.

उत्तर, $\frac{३}{१६}$.

अकरावे, $\frac{1}{3}$ चे $\frac{2}{3}$ यास $\frac{1}{2}$ यास भाग.

उत्तर, $\frac{2}{3}$.

बारावे, $\frac{1}{3}$ चे $\frac{2}{3}$ यास $\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{2}$ यास भाग.

उत्तर, $\frac{1}{3}$.

व्यवहारी अपूर्णाकांचें त्रैराशिक.

पूर्वरीती प्रमाणें अपूर्णाक तयार करावे, नंतर त्यांत स
म आणि व्यस्त काय असेल तें पाहून त्रैराशि रीती प्रमाणें इ
छा फळ उत्पन्न करावें.

उदाहरणें.

प्रथम, जर एक यार्ड बनार्थीचे $\frac{1}{2}$ यांस एक रुपयाचे
 $\frac{1}{2}$ पडतात, तर एक यार्ड बनार्थीचे $\frac{1}{4}$ यांस काय पडेल?

जर या. रु. या.

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} :: \frac{1}{2} : x$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{4} = 1 \dots \frac{1}{4} \text{ इछा फळ हें उत्तर.}$$

दुसरे, जर रुपेंतोके $\frac{1}{2}$ यास ४ रुपये २ पावले पडतात,

253218

A4

B4

तर १ तोळ्यास काय पडेल ?

रु पा रे
उत्तर, $१०० \dots १०० \dots ३३ \frac{१}{३}$.

तिसरें, जर एक गलबताचे $\frac{३}{४}$ यांची किंमत २७३१ रु.
१ पावला होते, तर त्याच गलबताचे $\frac{५}{३}$ यांची किंमत किती होईल ?

रु पा रे
उत्तर, $२२७६ \dots ० \dots १६ \frac{२}{३}$.

चवथें, जर कलत्यास १०० रुपयांची हुंडी घेणें तर, मुंबईस १०० $\frac{५}{४}$ रुपये पडतात, तर कलत्यास १२२०० रुपयांचे हुंडीस मुंबईस किती रुपये देणें पडतील ?

रु पा रे
उत्तर, $१३३६० \dots ३०० \dots ४०$.

पांचवें, २७३७ रुपये २ पावले याचें एकवर्षीचें व्याज दर शेंकडा $३ \frac{१}{४}$ रुपये प्रमाणें काय होईल ?

रु पा रे
उत्तर, $८८ \dots ३ \dots ४७ \dots २$.

साहायें, एक गलबताचा $\frac{१}{२}$ यास ७३० रुपये २ पावले २५ रेस पडतात, तर २३०५ रुपयांस त्याच गलबताची किंमत किती येईल ?

उत्तर, $\frac{५०१०}{११६८२}$.

सातवें, एक फूट अथवा १२ अंगुलें लांब आणि १२ अंगुलें रुंद असें फळें असावें. त्यास ७ $\frac{३}{४}$ अंगुलें रुंदीचा तरबता लांब आहे. तेव्हां त्यातून किती लांब घेतल्यानें बरोबर होईल ?

ई करावयाची आहे, तीस एक आगास रेशमी अस्तर असावे, आणि तें रेशमी एक यार्डाचे ३ रुंदीचें आहे, तेव्हां किती लांब घ्यावें ह्मणजे रजईस बरोबर होईल.

उत्तर, ३१ ३/४ यार्ड.

नववें, कोणी एक जाळद रोज १२ ३/४ तास चालत असतां, ३५ ३/४ दिवसांत ज्या मुकामी गेला, त्याच मुकामी जाणें आहे आणि रोज ११ ३/४ तास चालतो आहे, तर किती दिवस लागतील.

उत्तर, ४० ६११/२ दिवस.

दाहावें, एके पलटणांत १७६ शिपाई आहेत; त्यांस नवीं डगलीं घावयाचीं, एक डगल्यास बनाव २ ३/४ यार्ड लांब आणि १ ३/४ यार्ड रुंद लागते. सर्व डगल्यांस अस्तर असावें; त्यास कापड ३/४ यार्डाचे रुंदीचें लांब आहे, तेव्हां किती यार्ड लांब घेतलें ह्मणजे सर्व डगल्यांस पुरेल.

उत्तर, ४५३ १/२ यार्ड

A4

B4

दशांश अपूर्णांक.

दशांश अपूर्णांक तोच आहे, ज्याचा छेद (१) हा अंक आहे, आणि त्याजवर इतकीं पूज्यें आहेत कीं अंशस्थळींचे अंकास जितकीं स्थळें आहेत, आणि त्याचे लिहिण्याचा प्रकार असा आहे कीं, अंशस्थळींचा अंक लिहून त्याचे डावेकडे मात्र (•) असा विंदु घावा. जसें, $\frac{५}{१००}$ सणजे या प्रमाणें लिहितात. ४, आणि $\frac{५४}{१००}$ या प्रमाणें लिहितात, २४ आणि $\frac{७४}{१०००}$ या प्रमाणें ००४ आणि $\frac{१२४}{१०००००}$ या प्रमाणें ००१२४! यांत इतकीं शून्यें घालितात कीं, अंकस्थळांची संख्या जिंहीं करून छेदस्थळींचे शून्यांचे संख्ये बरोबर होईल.

मिश्र संख्या तीच आहे, जींत एक पूर्णांक संख्या आणि दुसरी अपूर्णांक संख्या योजिली आहे, त्यांचा भेद मधील विंदु करून स्पष्ट होतो. जसें, $३\frac{२५}{१००}$ ही आणि $३\frac{३५}{१००}$ अथवा $\frac{३३५}{१००}$ ही एकच आहे.

दशांशांचे उजवे बाजूस कितीही शून्यें ठेविलीं तरी त्यांचे भागांत न्यूनाधिक होत नाहीं; सणजे ४, अथवा ४०, अथवा ४००, हे दशांश आहेत. ज्याचे भाव एकच आहेत, यांचे बरोबर $\frac{५}{१००} = \frac{५०}{१०००}$. परंतु जेव्हां दशांशाचे डावेकडे शून्यें ठेविलीं, तेव्हां त्यांचे भाव उत्तरोत्तर दशगुण न्यून होतात, जसें; ४ हा $\frac{५}{१००}$ सणजे चार दशांश आहेत, परंतु ०४ हा $\frac{५}{१०००}$ सणजे चार शतांशांचे मात्र बरोबर आहे, आ

$$\text{iii. } 281 = \frac{265}{900} = \frac{236}{900}.$$

जैसा दशांशोंत एक किंवा अनेक अंक त्यांचे तैव पुनः पुनः येतात तेव्हा त्यास अवर्तदशांश म्हणतात; जसे, 0.333333 इत्यादि $= \frac{1}{3}$, 0.666666 इत्यादि $= \frac{2}{3}$, 0.888888 इत्यादि $= \frac{4}{5}$, तसेच बहुत दुर्मोही.

जैसे पूर्णांकान्त तसेंच दशांग अपूर्णांकान्त आहे कीं, उजवे कडील अंकाहून डावे कडील अंक उत्तरोत्तर दशागुण अधिक होता आणि उजवेकडे तसाच न्यून होतो; हे याप्रदील कोष्टकावरून समजावत येईल.

ॐ दशलक्ष
ॐ लक्ष
ॐ दशसहस्र
ॐ सहस्र
ॐ शत
ॐ दश
ॐ एक
ॐ दशोश
ॐ शतोश
ॐ सहस्रोश
ॐ दशसहस्रोश
ॐ लक्षोश
ॐ दशलक्षोश

दशांश अपूर्णाकांची मिळवणी.

पूर्णांकां प्रमाणं यांनील अंक त्या त्या भावाचे अंका खाली अ-
क्रमे लिहावे. असें केल्याने ज्या दशांश चिन्ह विंदूनी पूर्णांक आघा

A4

B4

हूणोंक यांचा भिन्न दाखविला ते सर्व एकाखातीं एक असे एक ओळींत घेतील. नंतर हूणोंक रीतीने उजवेकडून आगेतकरून एक एक ओळीची बेरीज घेऊन लिहावी, आणि ज्या एकमेकां दशांक स्थळें अधिक असतील तीं सोडून बेरिजेत नितरया त्याजेंबर, अथवा दशांकाचिह्नाने ओळी खातीं दशांकाचिह्न काढें.

उदाहरणे.

प्रथम, २९०१४६ आणि ३१४६५ आणि २१०९ आणि
६१४१७ आणि १४०१६ यांची बेरीज घे.

२९०१४६

३१४६५

२१०९

६१४१७

१४०१६

५३९९०२९८७७ ही बेरीज.

दुसरें, २७६, ७९२३३, ७२०१४०९, ४१७ आणि ५०७२
यांची बेरीज घे.

उत्तर, ७७७७९११३.

तिसरें, ७५३०, १६२०१, ३०१४२, ९५७१३, ६००१९
आणि ०३०१४ यांची बेरीज घे.

उत्तर, ०५१३००६२३.

द्वारा अपूर्णाकांची वजावाकी.

मिळवणी प्रमाणें, सर्व अंकांत आपआपके भाग घ्यावी
लिहावे; नंतर पूर्णांकरीतीनानां, उजवेकडून आरंभ कर, नंतर
मिळवणीत सांगितल्या प्रमाणें दबावाबिन्दु करावा.

उदाहरणें.

प्रथम, ९१७३ आणि २१३८ यांची वजावाकी कर.

९१७३

२१३८

६०३५२ बाकी हें उत्तर.

दुसरें, १०९१८५ आणि २०७३ यांची वजावाकी कर.

उत्तर, ८८४१२.

तिसरें, ४०९१४२ आणि २१४०८१ यांची वजावाकी

कर.

उत्तर, २०९००८५

A4

B4

दशांश अपूर्णाकांचा गुणाकार.

॥ जसे अपूर्णांक असतात, तसे कर्पास मोडून गुणाकार करतावा. — नंतर दोही कर्पास जितकी दशांशस्थळे आहेत तितकी गुणाकारांत मोडून दशांशचिन्ह करावे. परंतु जर गुणाकारांत इतकी अंकस्थळे नाहीतर मागे शून्ये देऊन तितकी स्थळे पूर्णकरून दशांशचिन्ह करावे.

उदाहरण.

प्रथम, ३२१०९६ यांस २४६५ यांनी गुण.

$$\begin{array}{r}
 ३२१०९६ \\
 \times २४६५ \\
 \hline
 १६०५४८० \\
 १२२६५०६५ \\
 १२८४३८४ \\
 ६४२१९२ \\
 \hline
 ७९२१५०९६४०
 \end{array}$$

गुणाकार होऊन उतर.

॥ जाणवतील उदाहरणापासून यारीनीची सत्यता स्पष्ट होईल, — १२ हे १२९ यांनी गुणायाचे असोवे, या संख्या याचे बरोबर आहेत. $\frac{१२}{१२९}$ आणि $\frac{१२९}{१२}$ यांचा गुणाकार हाच आहे, $\frac{१२९२२}{१२९२२}$ हाणजे शून्य, मागितले दशांश अपूर्णांक लिहिण्याचे शीतीप्रमाणे = ०४३३२ आहे, ज्यांत दशांशस्थळे दोंदरास्थळेचे शून्या इतकी आहेत. अथवा दोही कर्पास जितकी दशांशस्थळे आहेत.



तिसरे, ६२४०० यास ४२०४ यांनी गुण.

उत्तर, ००२५०५१११२.

चवथें, ३०५७४६ यास ००४६४ यांनी गुण.

उत्तर, ००१०००६१४४.

प्रथमसंक्षेप.

दशांशास १ आणि त्यावर एक, दोन, किंवा चाहून अधिक शून्यें, जसें, १०, १००, १००० इत्यादिकांनं गुणायाचा.

हें काम करायास इतकें मात्र केलें पाहिजे, गुणकांत जितकीं शून्यें आहेत तितक्या स्थळांवर गुण्यांत उजवेकडे दशांशचिन्ह सारावें, तितकींस्थळें नाहींत तर शून्यें देऊन पूर्ण करावीं.

उदाहरणें.

प्रथम, ५१३ आणि १००० यांचा गुणाकार हाच आहे, ५१३००.

दुसरें, २०१४ आणि १०० यांचा गुणाकार काय आहे?

A4

B4

संक्षेपानें गुणाकार कृति करायाचा, असा कीं, गुणाकारांत दशांश स्थळें इच्छित्या प्रमाणेंच येतील.

गुणक संख्येंतील एकंवे स्थळींचा अंक गुण्यांकाचे त्या अंकारवाली लिहावा, जो अंक गुणाकारांतील इच्छिले दशांशस्थळांचे होवलेस्थळी आहे, आणि तेथून बाकी पूर्णांक उजवेकडे उलटें लिहावे. आणि अपूर्णांक त्या एकपासून डावेकडे लिहावे. — नंतर गुणायास आरंभ करावा, ज्या गुणकानें गुणायाचे त्याचे वरचे अंक पासून होईल असा, परंतु उजवेकडील शेषटापासून लिहावे, मागील सोडिले अंकातून एकजवळचा अंक गुणून, त्यांतून हातचे घेण्याचा मार्ग २ पासून १४ पर्यंत असल्यास हातचा १ धरावा, तसें १५ पासून २४ पर्यंत हातचे २, तसें २५ पासून ३४ पर्यंत असल्यास हातचे ३, याप्रमाणें पुढें ही तो हातचा अंक त्यांत मिळवून लिहावे, नंतर पूर्वप्रमाणें मिळवणी करून, तितके इच्छिले स्थळांवर दशांशचिन्ह करावें, ह्मणजे गुणाकार झाला.



संक्षेपरीति.

२७१४९८६
५३०१४२९
२४४६४८७४
५०३९९७
१०८५९२
२७१५
८१
५४
२५०८९२८०

चालतीरीति.

२	७१४९८६
९	२४१०३५
१०	५७४९३०
८१	४४९५८
२७१४	९८६०
१०८५९२	४४
५४२९९७	१
२४४६४८७४	
२५०८९२८०	६५०५१०

दुसरें, ४८०१४९३६ यांस २७२४१६ यांनी गुण, असें कीं, गुणाकारांत दशांशस्थकें चार होतील.

गुणाकार, १३०८००३६.

तिसरें, २४९०३०४८ यांस ५७३२८६ यांनी गुण, असें कीं, गुणाकारांत दशांशस्थकें पांच होतील.

गुणाकार, १४२७०५५६७.

चवथें, ३२५७०१४२८ यांस ७२१८३९३ यांनी गुण, असें कीं, गुणाकारांत दशांशस्थकें तीन होतील.

गुणाकार, २३५१०४.

A4

B4

दशांश अपूर्णाकाचा भागाकार.

पूर्णाकां प्रमाणे, भागाकार करावा, आणि भागाकारांत इतकीं दशांशस्थळे करावीं कीं, जितकीं दशांशस्थळे भाजकापेक्षां भाज्यांत अधिक आहेत.*

दशांशचिन्ह विंदुस्थळ जाणावाची दुसरी ही रीति आहे. भागाकारांतील प्रथम अंक, पूर्णांक अथवा दशांश असेल, तो अशास्थळीं असावा कीं, भाजक आणि भागाकार यांचे प्रथम गुणाकारांतील भाजकाचे एकंदेस्थळींचा गुणला अंक जशास्थळींचे भाज्यांकाखालीं बसेल. तशास्थळीं.

जेकां रीतीप्रमाणें दशांशचिन्ह विंदुस्थळ करायचें आणि भागाकारांत तेवढीं स्थळे नाहींत तर शून्यांनीं तेवढीं स्थळे करून विंदु करावा.

* या रीतीचें कारण स्पष्ट आहे. कांकीं, भाजक आणि भागाकार हे गुणून भाज्य उत्पन्न होता, आणि गुणाकाराप्रमाणें भाज्यांत दशांशस्थळे भाजक आणि भागाकार या दोहोंतील दशांशस्थळांचे बरोबर असलीं पाहिजेत, याजकरितां भागाकारांत तितकीं दशांशस्थळे असलीं पाहिजेत, जितकीं भाजकापेक्षां भाज्यांत अधिक आहेत.

वर तिवकी श्रुत्य थालावी की, काम इहे प्रमाण हाईल.

उदाहरणें.

प्रथम,	दुसरें,
१७८) ४८५२०९२८ (००२७२५०९	२५३२) २७०००००० (१०२३११४
५२९२	६१००
४६०	८२२०
१०४९	३०३०
११९२	३९१०
१७९८	१२७१०
१५६	२१५४

तिसरें, १२३०७०५३६ यांस ५४२५ यांनी भाग.

उत्तर, २२८०२.

चवथें, १२ यांस ७०५४ यांनी भाग.

उत्तर, १५२७८.

पाचवें ४१९५६८ यांस १०० यांनी भाग.

उत्तर, ४१९५६८.

साहाबें, ८२९७५९२ यांस १५३ यांनी भाग.

उत्तर, ५४२३९.

A4

B4

प्रथमसंक्षेप.

जेहां भाजक पूर्णांक आहे, आणि त्यावर कांहीं शून्यें असतील, तेहां त्याशून्यांस काढून टाकावें, आणि दशांशचिह्न भाज्यांत इतके स्थळांवर भागें डावेकडे सारावें कीं, जितकीं शून्यें काढून टाकिलीं आहेत. जर भाज्यांत तितकीं स्थळें नाहींत तर डावेकडे शून्यें घालून, पूर्णांकरून, सारावें, नंतर वरसांगितले रीतीनें भागाकार करावा.

उदाहरणें.

प्रथम, ४५५ यांस २१०० यांनीं भाग.

२१) ४५५ (०२१६ इत्यादि.

३५

१४०

१४

दुसरें, ४१०२० यांस ३२००० यांनीं भाग.

उत्तर, १२८१८७५.

तिसरें, ९५३ यांस २१६०० यांनीं भाग.

उत्तर, ००४१२०३७०३७ इत्यादि.

चवथें, ६१ यांस ७९००० यांनीं भाग.

उत्तर, ०००७७२१५१९ इत्यादि.

अंक असेल, आणि त्याजवर काही शून्ये असतील, जसे, १०, १००, १००० इत्यादि, तर भागाकार काढावा साठी भाज्यांतील दशांशचिन्ह इतकं मात्र मागे सारिलें पाहिजे कीं, जितकीं भाजकांत शून्ये आहेत, जर इतकीं अंकस्थळे नसतील तर मागे शून्ये घालून स्थळे पूर्ण करून सारावें.

उदाहरणे.

$$\text{जमें, } २१७३ \div १०० = २१.७३$$

$$\text{आणि } ४१६ \div १०० = ४.१६$$

$$\text{आणि } ४१९ \div १० = ४१.९$$

$$\text{आणि } २१ \div १००० =$$

तिसरा संक्षेप.

जेव्हां भाजकांत अंक बहुत आहेत, अथवा भागाकारांत दशांशस्थळे इच्छे प्रमाणेंच यावीं असें आहे, तेव्हां भागाकारांत पूर्णांकस्थळे किती येतील तो समार करून तीं वडछिलेलीं दशांशस्थळे मिळून किती स्थळे होतात तितकीं भाजकस्थळे

A4

B4

णि असा प्रत्येक भाज्य घेतल्यावर भाजकस्थळींचा एक एक उजवे कडील अंक सोडवा, परंतु स्मरण ठेवावे कीं, असा एकेक अंक सोडिल्यावर हातचा अंक गुणाकागचे दुसरे संक्षेपांत सांगितल्या प्रमाणें घेतला पाहिजे, पाहा जेव्हां भाजकांत इतके अंक नाहीत, जितके भागाकारांत इच्छिले आहेत, तेव्हां सर्व अंकांनी भागाकार कृत्य आरंभ करावे, आणि सरळरीतीने भागाकार चालवावा, जों पर्यंत भाजकस्थळीं इतके अंक मात्र राहातील, जितके भागाकारांत बाकी काढणें राहिले, नंतर आरंभ करावा.

उदाहरणें.

प्रथम, २५०८१२८०६ यांस १२४१०३५ यांनी भाग, असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें चार होतील. पावरून या उदाहरणीं भागाकारांत अंकस्थळें साहा होतील.



५६

संक्षेपरीति.

१२४१०३४) २५०८९२८०६ (२७१४९८

६६०७२१

१३८४९

४६०८

९१२

८०

६

चालतीरीति.

१२४१०३५) २५०८९२८०६ (२७१४९८

६६०७२१०६

१३८४८६१०

४६०७५७५०

९१११६१००

७९४६७८५०

५५३६५७०

दुसरें, ४१०९२३५१ यांस २३०४०९ यांनीं भाग,
असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें चार होतील.

उत्तर, १७८३४५.

तिसरें, ३७१०४३८ यांस ५७१३९६ यांनीं भाग, असें
कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें पांच होतील.

उत्तर, ००६४९.

चवथें, ९१३०८ यांस २१३७२ यांनीं भाग, असें कीं, भाग

भागाकारान् दशांशस्थळें तीन हातील.

उत्तर, ४२७.

दशांशरूपभेद.

प्रथमप्रकार.

व्यवहारी अपूर्णाकांसबरोबरभावाचें दशांशरूप घावयाचा.

दशांशभागाकाररीतीप्रमाणें अंश छेदांनीं भागांव. अंशावर
हावीं तेवढीं शून्यें घावीं, भागाकार येईल ते इच्छिते दशांश झाले[॥]

॥ ज्यांचे छेद अविभाज्य संख्या आहेत, असे व्यवहारी अपूर्णाकांस दशांशरूप घावयास इच्छितें आहे, असें कीं ज्यांचे अंक बहुत होतील, त्यांची रीति ही आहे.

उदाहरण.

जे हा व्यवहारी अपूर्णाक असता, ज्यास बरोबर भावाचें दशांशरूप पूर्णें आहे.

तेव्हां वालतेरीतीनें दोष एकच अंकराही पर्यंत भागाकार करून त्याचें हें रूप होईल, $\frac{1}{3} = 0.3333$ हासपूर्णभागाकार आहे, मंतर या समीकरणाच्या दोन्ही बाजूं यादोषाचे अंशांनीं गुणून यास हें रूप होईल, $\frac{1}{3} = 0.3333$ अथवा $\frac{1}{3} = 0.3333$ जर ही किंमत प्रथम समीकरणांत व्यवहारी अपूर्णाकाचे स्थळी लिहिलीतर त्यास हें रूप होईल, $\frac{1}{3} = 0.33333333$, पुनः या समीकरणाच्या दोन्ही बाजू यादोषाचे अंशांनीं गुणिल्यातर यास हें रूप होईल,

$\frac{1}{3} = 0.33333333$, तर पूर्वप्रमाणें ही किंमत त्या समीकरणाचे व्यवहारी अपूर्णाक स्थळी लिहिली तर त्यास हें रूप होईल, $\frac{1}{3} = 0.33333333$, या प्रमाणें पुढें ही इत्ता असेल तेथपर्यंत करावें, त्यास

उदाहरणें.

प्रथम, $\frac{७}{२५}$ यांस दशांशरूपदे.

$$\begin{array}{r} २४ = ४ \times ६ \text{ तेहों } ४) ७ \\ ६) १७५०००० \\ \hline २९६६६ \text{ इत्यादि.} \end{array}$$

जेपापासून कळते की, प्रति आहत्तीस दशांशस्थळें दुपट वाढतात. याउदाहरणांत दशांश अष्टावीस अंकस्थळांनी पुनरावृत्त होतात, म्हणजे सांगितलें अपूर्ण कांचे छेदस्थळांचे एकाच संख्या इतक्यास्थळांनी. यांस बरोबर दोन अवयवांनी मागितां येईल, पुढें सांगितों याप्रमाणें.

$$०३४४८२७५८६२०६८$$

$$०६५५९७२४१३०९३१$$

यांत पाहून कळेल की, यादोन ओळींतील अनुक्रमें एक एक अंक अशा दोन दोन अंकांची बेरीज या अंका बरोबर आहे, जसें, $०+९=९$; $३+६=९$; असें पुढेंही. या अष्टावीस अंकस्थळांचे आहत्तीत $\frac{३}{२५}$, $\frac{३}{२५}$ आणि $\frac{३}{२५}$ इत्यादि, सर्वेच वेगळाले भाव निघतात, परंतु त्यांचा कोणकोणते अंकापासून आरंभ होतो हें अल्पांत कळेल. जसें, $\frac{३}{२५} = ०६८९६$ इत्यादि. म्हणजे यामूळ आहत्तीचे बारावे अंकस्थळापासून आरंभ होतो, $\frac{३}{२५} = १०३४४८$ इत्यादि, म्हणजे इथे अष्टाविसावे अंकस्थळापासून आरंभ होतो, म्हणून यामूळ अष्टावीस अंकस्थळांचे आहत्तीचे पोरनेत दुसऱ्या अष्टावीस अष्टावीस अंकस्थळांच्या अष्टावीस आहत्ती होतात.

ज्यांचे छेद अविभाज्य संख्या आहे अशे व्यवहारी $\frac{१}{१४} = १४२८५७१४$ इत्यादि अपूर्णाकांत यासारखेच कांहीच मत्कारीक गुण आहेत ते समजात यावयाकरितां वाजूपर दुसरे उदाहरण दाखवितों, ज्यांचे छेदस्थळां ही अविभाज्य संख्या आहे, परंतु त्यांचे आरंभवेगळाले संख्यापासून झाले आहेत, तथापि साहासाहा अंकस्थळांच्या साहा आहत्ति साहा अंकस्थळांचे मूळ आहत्तीत आहेत.

$$\frac{१}{१४} = १४२८५७१४$$

$$\frac{२}{२८} = २८५७१४२८$$

$$\frac{३}{४२} = ४२८५७१४२८$$

$$\frac{४}{५६} = ५६८५७१४२८$$

$$\frac{५}{७०} = ७०८५७१४२८$$

$$\frac{६}{८४} = ८४८५७१४२८$$

दुसरें, $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{3}{4}$ यांस वेगळालें दशांशरूप दे.

उत्तर, २५ आणि ५ आणि ७५.

तिसरें, $\frac{1}{3}$ यांस दशांशरूप दे.

उत्तर, ६२५.

चवथें, $\frac{1}{4}$ यांस दशांशरूप दे.

उत्तर, १२.

पांचवें, $\frac{1}{5}$ यांस दशांशरूप दे.

उत्तर, ०३१२५.

साहवें, $\frac{५५०}{३८४२}$ यांस दशांशरूप दे.

उत्तर, १४३१५४ इत्यादि.

दुसराप्रकार.

कोणतेही दशांशाचा भाव त्याचे खालचे हलके
नांवांत काढायाचा.

रीति.

सांगितले दशांश ज्याभारी नांवाचे अंकाचे असतील त्याचे
खालचे हलके नांवाचे त्याभारी नांवाचे एकांत किती आहेत तितक्या
नीं ते दशांश गुणून गुणाकारांत दशांश चिन्ह द्यावें.

गुणाकारात दशांश चिन्ह द्यावे. याप्रमाणे राबट पडत करावे.

शेवटीं हे सर्व डावेकडील पूर्णांक त्यापहिले भारी नांवाचे अंकाहून उतरते आहेत ते जुळून लिहावे म्हणजे बरोबर किंमत झाली.

टीप. हीरीनि पूर्णांकांचे उतरती भाजणी सारखी आहे.

उदाहरणे.

प्रथम : ७७५ रुपयांचे यांची किंमत काय आहे.

रु. ७७५

४

पा. ३९००
१००

रु. १००००

पा. रु. उत्तर, ३००९०.

दुसरें : ६२५ शिल्लिंगांचे यांचा भाव काय आहे.

उत्तर, ७१ पेन्स.

तिसरें : ८६३५ पोंडाचे यांचा भाव काय आहे.

शि. उत्तर, १७०३२४

A4

B4

पांचवें, ४६९४ पौडनायचे यांचा भाव काय आहे.

ओं. पे. त्रे.

उत्तर, ५००१२००१५०४३.

साहाबें, ६२५ खंडीचे यांचा भाव काय आहे.

म. पा.

उत्तर, १२००६.

सातवें, ००९९४३ मैलाचे यांचा भाव काय आहे.

म. ऊ. इ.

उत्तर, १७००१००५९००४८.

आठवें, ६८७५ यार्ड वस्त्राचे यांचा भाव काय आहे.

का. ने.

उत्तर, २००३.

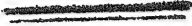
नववें, ३३७५ बिघ्याचे यांचा भाव काय आहे.

पा. का.

उत्तर, ६००१५.

दाहाबें, २०८३ हाग शेठचे यांचा भाव काय आहे.

उत्तर, १३१२७९ ग्यालन.



स.



भारी नांवाचे दशांशांचे रूप धावयाचे.

रीति.

जो अंक सांगितला आहे तो त्याचे वरचे भारी नांवाचे कांत ते किती आहेत तितक्या नां भागावा, भागाकार येईल तो दशांश रूप होईल. या प्रमाणे इच्छित भारी नांवापर्यंत करावे.

उदाहरणे.

प्रथम, १ शेर वजनी यास खंडीचे दशांशांचे रूप दे.

४०	१ शेर
२०	००२५ मणाचे
	००१२५ खंडीचे हें उत्तर.

दुसरे, ९ रेसांस रुपयाचे दशांशांचे रूप दे.

तिसरे, कैली २ अधोलींस खंडीचे दशांशांचे रूप

चवथें, २६ रेसांचे यांस रुपयाचे दशांशांचे रूप

A4

B4

साहावे, २४ याडे यांस मेल्याचे दशांशांचे रूपदे.

उत्तर, ०१३६३६ इत्यादि, नैल.

सातवें, १ काठी ईस बिघ्याचे दशांशांचे रूपदे.

आठवें, २ फरे मीठ यांस राशीचे दशांशांचे रूपदे.

नववें, १४ मिन्युट यांस दिवसाचे दशांशांचे रूपदे.

उत्तर, ००९७२२ इत्यादि, दिवस.

दाहावें, २१ केली शोराचे यांस खंडीचे दशांशांचे रूपदे.

अकरावें, २८ सेकंद यांस मिन्युटाचे दशांशांचे रूपदे.

पाहा. जेव्हां हलके नांवांचे अंकांच्या अनेक रकमा आ
हेत त्यांस भारी नांवांचे दशांशांचे रूप देणें, तेव्हां.

भाज्यां करितां सांगितल्या रकमा एक एका खाली लि
हाव्या, अशा कीं, त्यांतील हलके नांवाची रकम वर येऊन अ
नुक्रमें उत्तरोत्तर भारी नांवाच्या खाली येतील.



ज्य भाजक यांची मिलात शोधवयाची असते. या भाजकाचे
 वरचे ओळीपासून आरंभ करून अर्धे पावले जाऊन
 रकबा, आणि जो भागाकार येईल तो प्रत्येक पावले जाऊन रकबा
 चे ओळींतील भाजाचे उजवेकडे दशांशविल करून पुढे जाऊन
 अर्धे करितां करितां जो शेवटील भागाकार येईल ते इकडे दशांश
 आरंभ होईल.

उदाहरणे.

प्रथम, ३ पावले ४० रेस यांस रुपयाचे दशांश देऊन

$$\begin{array}{r|l} 900 & 40 \\ 8 & 3.8 \end{array}$$
 रुपयाचे देऊन.

दुसरे, १२ रुपये ३ पावले ५० रेस यांस रुपयाचे दशांश
 देऊन.

तिसरे, ३ पावले ५ रेस यांस रुपयाचे दशांश देऊन

चवथे, १ पावला ५ रेस यांस रुपयाचे दशांश देऊन

A4

B4

दशांशांचें त्रैराशिक.

सर्व पदे यारीतीनें तयार करावीं, ह्यणजे व्यवहारी अपूर्णा कांस दशांश रूप द्यावें, अनेक रकमांचे पदांस भारी नांवाचे दशांशांचें रूप द्यावें अथवा हलके नांवाचे पूर्णाकांचें रूप द्यावें; आणि आद्यंतपदे समजाती असावीं; नंतर पूर्णाकांत सांगितल्या प्रमाणें त्रैराशि करावें.

पाहा. पूर्णाकांत आणि व्यवहारी अपूर्णाकांत जी वेगळीं त्रैराशिक आणि पंचराशिकादिक यांची उदाहरणे सांगितली आहेत तीं इछे प्रमाणें या दशांश त्रैराशिकानें होतील. आतां याची रीति दाखवायासाठीं व्यवहारी अपूर्णाक त्रैराशिकांतील प्रथमोदाहरण एथें घेतों.

जर एक यार्ड बनायीचे $\frac{3}{4}$ यांस एक रुपयाचे $\frac{3}{4}$ पडनात; तर एक यार्ड बनायीचे $\frac{1}{2}$ यांस काय पडेल?



$$\frac{1}{2} = .5$$

$$9.333333$$

$$900$$

$$33.333333$$

$$\frac{1}{2} = .3925$$

पा. रे.

उत्तर, १०० ३३ ३३ ३३ इत्यादि

द्वादशांश.

द्वादशांश ह्मणून एक रीति आहे, जीणें कस्तुन शिल्पि क आपआपले कामांचीं क्षेत्राफळें जाणतात.

फुट, इंच आणि पावइंच हींच मानें प्रायशः कामांत घेत याहून सूक्ष्म आहेत तीं घेत नाहींत. या कामाची रीति पुढें सांगते

जीं मापें परस्पर गुणायाचीं आहेत तीं एकाखालीं एव हावीं, अशीं कीं, फुटीखालीं फुट, इंचाखालीं इंच, आणि पाच खालीं पावइंच येईल.

गुण्यांतील हलके नामाचे पदापामून आरंभ करून रच प्रत्येक पद गुणकाचे फुटस्थळींचे अंकांनं गुणावें, आणि प्रत्ये पदाचा गुणाकार त्याचे त्याचे खालीं लिहावा, परंतु इंचस्थळींचा

A4

B4

पुण्यगुणून त्यात मिळवून लिहावा.

अशारीतीने, गुण्याची वेगळालीं नदरे गुणकाराचे उच्चमानी
वे अंकांने आणि त्यावरील भागांनेही गुणून गुणाकार करावे. या
अधिक आल्यास पूर्वप्रमाणें करून उजवेकडे एकन्यत्र नंतर
गुणाकार मांडावा.

नंतर विविध निळवणी प्रमाणें त्या दोन ओळींची बेरीज
घ्यावी.

उदाहरणें.

प्रथम, ४ फुट ७ इंच हे गुण्यांक ६ फुट ४ इंच या गुण
कांकांने गुणून गुणाकार काय होतो तो सांग.

फु.	इ.
४	०० ७
६	०० ४
<hr/>	
२४	०० ६
१००	६३
<hr/>	
२९००	०३ हे उत्तर.

दुसरें, १४ फुट ९ इंच हे गुण्यांक ४ फुट ६ इंच या गुण
कांकांने गुणून गुणाकार काय आला तो सांग.



$$\begin{array}{r} ५९ \cdot ० \\ ७ \cdot ० \cdot ४ \frac{१}{२} \\ \hline ६६ \cdot ० \cdot ४ \frac{१}{२} \end{array} \text{ हें उत्तर.}$$

तिसरें, ४ फुट ७ इंच हे गुण्यांक ९ फुट ६ इंच या गुणकांकानें गुणून गुणाकार काय आला तो सांग.

$$\begin{array}{r} \text{फु.} \quad \text{इ.} \\ \text{उत्तर, } ४२ \cdot ० \cdot ६ \frac{१}{२} \end{array}$$

चवथें, १२ फुट ५ इंच हे गुण्यांक ६ फुट ८ इंच या गुणकांकानें गुणून गुणाकार काय तो सांग.

$$\begin{array}{r} \text{फु.} \quad \text{इ.} \\ \text{उत्तर, } ८२ \cdot ० \cdot ९ \frac{१}{२} \end{array}$$

पांचवें, ३५ फुट ४ इंच हे गुण्यांक १२ फुट ३ इंच या गुणकांकानें गुणून गुणाकार काय तो सांगतो.

$$\begin{array}{r} \text{फु.} \quad \text{इ.} \\ \text{उत्तर, } ४३३ \cdot ० \cdot ४ \frac{१}{२} \end{array}$$

साहायें, ६४ फुट ६ इंच हे गुण्यांक ८ फुट ९ इंच या गुणकांकानें गुणून गुणाकार काय तो सांग.

$$\begin{array}{r} \text{फु.} \quad \text{इ.} \\ \text{उत्तर, } ५६५ \cdot ० \cdot ८ \frac{१}{२} \end{array}$$

पाहा. वरचे गुणाकारांत इंचस्थळीं ज्या संख्या आहेत त्या तितके चौरस इंच दाखवीत नाहीं, परंतु काटकोन चोकोन दाखवितात, ज्याची रुंदी १ इंच, आणि लांबी १२ इंच. जसें प्रथम उदा

आहे.

घातकर्म.

घात ह्मणजे कोणी एक संख्या मूळ कल्पून तिणें तीच पुनः पुनः विवक्षितवेळा गुणून जो अवयवी उत्पन्न होतो तो आहे. हा घात उत्पन्न करण्याचे रीतीस घातकर्म ह्मणतात. जसें,

$2 = 2$ हें मूळ, अथवा २ याचा प्रथम घात आहे.

$2 \times 2 = 4$ हा २ याचा द्विघात, अथवा वर्ग आहे.

$2 \times 2 \times 2 = 8$ हा २ याचा त्रिघात, अथवा घन आहे.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ हा २ याचा चतुर्घात आहे.

आणि या रीतीनें करून पुढील कोष्टकांत प्रथम नवसंख्यांचे प्रथम नवघात सांगतो.



क्र.	वर्ग	घन	चतुर्था	पंचम	षष्ठ	सप्तम	अष्टम	नवम
१	१	१	१	१	१	१	१	१
२	४	८	१६	३२	६४	१२८	२५६	५१२
३	८	२७	८१	२४३	७२९	२१८७	६९६९	२०९८३
४	१६	६४	२५६	१०२४	४०९६	१६३८४	६५५३६	२६८४३६
५	२५	१२५	६२५	३१२५	१५६२५	७८१२५	३९०६२५	१९५३१२५
६	३६	२१६	१२९६	७७७६	४६६५६	२७९२३६	१६७८६३६	१००७७७६
७	४९	२४०१	१२८०१	११७६४९	९२३५४९	५७६४८०१	४०३५७६०१	२८३५७६०१
८	६४	५१२	४०९६	३२७६८	२६२१४४	२०९७१५२	१६७७७२१६	१३४२१७७२८
९	८१	७२९	६९६९	५२०४९	५१३८४९	४७८२६६९	४३०८६७२९	३८७४२०४८९

घातप्रकाशक ती संख्या आहे, जी त्या घाताचे स्वरूप दाखविते, आणि घात उत्पन्न करण्यास जितके वेळ पणाकार करावे लागतात त्या वेळांपेक्षा एकाने अधिक असते. जसे, १ हा मूळाचा प्रकाशक आहे. २ हा द्विघात अथवा वर्ग याचा प्रकाशक आहे. ३ हा त्रिघात अथवा घन याचा प्रकाशक आहे. ४ हा चतुर्घाताचा प्रकाशक आहे. असे पुढेही.

जेव्हा घात उत्पन्न करावा आहे तेव्हा अशी रीति आहे

A4

B4

२ = ८. हा २ याचा त्रिघात अथवा घन दाखवितो.

२ = १६. हा २ याचा चतुर्घात दाखवितो.

५४ ० = ८५०३० ५६००००. हा ५४० याचा चतुर्घात दाखवितो.

जेव्हा दोन किंवा अधिक घात परस्पर गुणिले आहेत ते वीं त्यांचा गुणाकार तो घात आहे. ज्याचा प्रकाशक दोन कर्त्यांचे घात प्रकाशकांचे बेरीजे बरोबर आहे. अथवा घातांचा गुणाकार आणि त्या वेगळे कर्त्यांचे प्रकाशकांची बेरीज एकच आहेत. जसे पुढील २ याचे सांगितले घातांपासून कळेल.

प्र. द्वि. त्रि. च. पं. ष. स. अ. न. द.

२ ४ ८ १६ ३२ ६४ १२८ २५६ ५१२ १०२४

अथवा २ २ २ २ २ २ २ २ २ २

यांत $४ \times ४ = १६$ आणि $२ + २ = ४$ हा त्याचा प्रकाशक आहे.

आणि $८ \times १६ = १२८$ आणि $३ + ४ = ७$ हा त्याचा प्रकाशक आहे.

आणि $१६ \times ६४ = १०२४$ आणि $४ + ६ = १०$ हा त्याचा प्रकाशक आहे.



चा घन आहे, आणि $\frac{४०}{५} \times \frac{५}{५} = \frac{४०}{५}$ हा $\frac{४०}{५}$ चा चतुर्घात आहे, ४०
 सें उढें ही. या पासून कळतें कीं, पूर्णांकाचे घात उत्तरोत्तर अधिक
 भावाचे होतात, आणि व्यवहारी सम अपूर्णांकाचे घात उत्तरोत्तर
 न्यून भावाचे होतात.

दुसरी उदाहरणे.

पहिलें, ४५ यांचा द्विघात अथवा वर्ग काय होतो तो सांग.
 उत्तर, २०२५.

दुसरें, ४०१५ यांचा वर्ग काय होतो तो सांग.
 उत्तर, १७०३०५५५.

तिसरें, ३०५ यांचा त्रिघात किंवा घन काय होतो तो सांग.
 उत्तर, २२८७५.

चवथें, ०२९ यांचा पंच घात काय होतो तो सांग.
 उत्तर, ००००००० २०५१११४९.

पांचवें, $\frac{३}{५}$ यांचा वर्ग काय होतो तो सांग.
 उत्तर, $\frac{९}{२५}$.

साहाबें, $\frac{५}{२}$ यांचा त्रिघात काय होतो तो सांग.
 उत्तर, $\frac{१२५}{८}$.

A4

B4

मूळकर्म.

मूळकर्म ह्यणजे कोणतेही सांगितले घाताचें मूळ काढायाची रीति, ते घातकर्माचे उलटें आहे.

कोणतीही संख्या अथवा घात याचें मूळ, तीच संख्या आहे, जी तीणे तीच कितीवेळ गुणून तोच घात उत्पन्न करिते. जसें, २ हे ४ यांचें वर्गमूळ आहे, कां कीं, $२ = २ \times २ = ४$; आणि ३ हें २७ यांचें घनमूळ आहे, कां कीं, $३ = ३ \times ३ \times ३ = २७$.

कोणतीही संख्या अथवा मूळ विवक्षितवेळा त्याणें तेंच गुणून त्याचा घात पूर्ण करितां येतो. परंतु बहुतही संख्या अशा आहेत कीं, ज्यांचें मूळ कधीही पूर्ण निघत नाही. तथापि दशांशांचे साहाय्यानें मूळाचे जवळ जवळ जाववतें.

जें मूळ पूर्ण निघत नाही त्यास खंडमूळ अथवा करणी ह्यणतात, आणि जीं मूळें बरोबर काढवतात त्यांस अखंडमूळें ह्यणतात. जसें, ३ यांचें वर्गमूळ करणी आहे, परंतु ४ यांचें वर्गमूळ अखंड आहे, कां कीं, पूर्ण २ आहेत: पुनः ८ यांचें घनमूळ अखंड आहे, कां कीं, पूर्ण २ आहेत, परंतु ९ यांचें घनमूळ



क कारितात, आणि त्याचिह्नात मूळप्रकाशक लिहितात. जसे,
२० याचें घनमूळ $\frac{३}{२०}$ असें लिहितात, आणि त्याचें वर्गमूळ $\frac{१}{२०}$
असें लिहितात. असें वर्गमूळ दाखवायासाठी त्याचा प्रकाश
क२ हा कधीही त्यांत लिहित नाहीत, केवळ चिह्नांचे दाख
वितात.

जेव्हां घातांत अनेकपदे + घन - ऋण चिह्नांनी जोडि
लेली आहेत तेव्हां त्याचे डावेकडील मूळप्रकाशकचिह्नाचे शि
रापासून त्यांजवर — अशी सरळ रेषा करितात. जसें,
 $\frac{४५-१२}{३}$ याचें घनमूळ $\frac{३}{४५-१२}$ असें लिहितात, अथवा त्या
संख्यांस कौसांचे साखळेंत बांधून घालीत लिहितात, जसें,
 $\frac{३}{४५-१२}$.

परंतु आतां प्रायशः सर्वमूळांचे प्रकाशक, व्यवहारी
अपूर्णांकाचे रूपानें घातप्रकाशकां सारखे लिहितात, जसें,
याचें वर्गमूळ $\frac{३}{२५}$ असें, $\frac{२५}{३}$ याचें घनमूळ $\frac{२५}{३}$ असें, आणि $\frac{४५-१२}{३}$
याचें चतुर्घातमूळ $(\frac{४५-१२}{३})$ असें, अथवा $\frac{४५-१२}{३}$ असें.

A4

B4

लेख्येचे दोन दोन अंकस्थळांचे भाग केले याचे कारण हे आहे कीं, वर्गास दोहोपक्षां अधिक अंकस्थळें होत नाहींत, आणि दोन अ व वर्गास चोहोपक्षां अधिक अंकस्थळें होत नाहींत, याप्रमाणे पुढे मूळांत इतकीं अंकस्थळें होतील कीं, सांगितले संख्येचे जितके हूत.

याकर्मांतील वेगळाले भूमिकांचे कारण बीजगणितांतील व -कळेल, त्यावर्गांत पदे दोन, अथवा तीन किंवा याहून अधिक $(अ + ब)^२ = अ^२ + २अब + ब^२ = अ^२ + (२अ + ब)ब$, हा वर्ग आहे. दिसते कीं, मूळाचे प्रथमपद अ आहे, आणि दुसरे ब, आणि त्र आहे, आणि नवा भाजक $२अ + ब$ आहे, ह्मणजे मूळांतील प्रथम सरे जवळचे पदानें वाढविलेली. याजकरितां मूळ काढण्याची आहे.

भाजक अ) $अ + २अब + ब^२$ (अ + ब हे मूळ.

अ	
भाजक $२अ + ब$	$२अब + ब^२$
ब	$२अब + ब^२$

सरे मूळ, ज्यांत अ, ब, क, तीन पदे आहेत. जसें, $(अ + ब + क)^२ = अ^२ + २अब + ब^२ + २अक + २बक + क^२ = अ^२ + (२अ + २ब + क)क$, हा तीन पदांचा वर्ग आहे, ज्यांत त्याचे मूळ आहे, दुसरे पद ब, आणि तिसरे पद क आहे, आणि प्रथम दुसरा भाजक $२अ + ब$, आणि तिसरा भाजक $२अ + २ब + क$. कळेल कीं, प्रत्येक भाजक, मूळांतील पूर्वाची दुपट जवळचे नवे पदे बरोबर आहे. आणि मूळ काढण्याची वरसांगितले रीतीचे बरोबर रीती बीजांत मूळकर्माचे दुसरे प्रकारांत लिहिले आहेत पाहा.

देहा, लिंगज कल बिंदूपासून एकस्थळ सोडून दुसऱ्यावर करावा, याप्रमाणे पूर्णाकांत एकमचे स्थळापासून उजवेकडे बिंदु रीत चालावे, आणि दशांशांत उजवेकडे.

उजवेकडील शेंवटचे प्रथम भागांत अतिमोठा वर्ग काढावे, आणि त्याचे मूळ उजवेकडे जेथे भागाकार हितात तेथे मांडावे.

नंतर शोधून काढलेला अतिमोठा गर्ब त्याप्रथम तून वजा करावा, आणि बाकी राहील तीचे उजवेकडे वरचा सराभाग भाज्या करितां घ्यावा.

भाजकाकरितां वर लिहिलेले मूळ दुपट करून लिहा आणि भाज्याचे उजवे शेंवटचा एक अंक सोडून राहिलेला भाजक कितीवेळा जातो ते शोधवे, आणि तो वेळांक, भाज्या आणि भागाकार यांचे उजवेकडे दोनस्थळीं लिहावा.

या बाढविलेले सर्व भाजकास त्या शेंवटील वेळां वजावा, आणि तो गुणाकार भाज्यांतून वजा करावा. नंतर बाकी राहील तीचे जवळ वरचा पूर्वचेतल्याचे जवळचा ग नवे भाज्या करितां लिहावा.

नुकमें खाली आणून काम पुरे होईल.

पाहा. नवे नवे भाजकां करितां मूळ दुपट करण्याची ही
रीति सर्वांहून सोपी आहे कीं, मूळाचे शेवटचा वेळीं क पूर्वेभागांत
त मिळवावा. हें यापुढील उदाहरणावरून स्पष्ट समजेल. — आ
णि सांगितले संख्येंतील सर्वभाग खालीं आणून काम करतां वर
कांहीं बाकी राहून काम वाढवायाची इच्छा असल्यास प्रतिवादी
वर दोन दोन शून्यें देऊन दशांशांत वाढवितां येईल.

उदाहरणें.

प्रथम, २९५०६६२४ याचें वर्गमूळ काढ.

२९५०६६२४ (५४३२ हें वर्गमूळ.)

२४	
१०४	४५०
४	४१६
१०८३	३४६६
३	३२४९
१०८६२	२१७२४
२	२१७२४

वरसांगितले मूळ काढण्याचे रीती करून कम करात ची लावे, जों पर्यंत मूळाचे इच्छिले अंकस्थळांचे अर्धी किंवा एका धिक अर्धी अंकस्थळें उत्पन्न होतील; नंतर राहिलीं अंकस्थळें उत्पन्न करायासाठीं शेवटील भाज्य त्याचे भाजकांनं दशांश संक्षेपरीतीनें भागावा; जसें.

दुसरें, २ याचें वर्गमूळ नव अंकस्थळें पर्यंत काढावें.

२(१४१४२१३५६

१	
२४	१००
४	९६
२८१	४००
१	२८१
२८२४	११२००
४	११२६६
२८२८२	६०४००
२	१६५९४
२८२८४)	३८३६ (१३१६
	१०००
	१६०
	१६
	२

A4

B4

चवथें, १७ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, ४१६.

पांचवें, १००७२९ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, १०२७.

साहचें, ३ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, १७३२०९०.

सातवें, ५ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, २२६०६८.

आठवें, ६ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, २४९४८९.

नववें, ७ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, २६४५७५१.

साहचें, १० याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, ३१६२२७७.

अकरावें, ११ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, ३३१६८२४.

बारावें, १२ याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, ३४६४१०१.



काणतेही मूळ काढल्यांचे पूर्वी व्यवहारी अपूर्णाकास
नि संक्षेप रूप दिले पाहिजे. नंतर

१ जर छेद पूर्णघात असेल तर अंश छेदांची वर्गमूळे वे
ळालीं पूर्वरीतीनें काढून त्यांचे त्यांचे स्थळीं लिहावीः छेद अं
नसतील तर.

२ अंश आणि छेद परस्पर गुणून गुणाकाराचें मूळ का
वेंः नंतर हें मूळ सांगितले अपूर्णाकाचे अंशस्थळीं किंवा छेद
ळीं लिहावें. ह्मणजे ते रूप त्या अपूर्णाकाचें वर्गमूळ झालें.

ह्मणजे. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b} = \frac{a}{\sqrt{ab}}$.
ही सामान्यरीति स्तब्धमूळ आणि अनंतमूळ या दोहोंवरही चाल

३ अथवा व्यवहारी अपूर्णाकास दशांशरूप देऊन मग
र्गमूळ काढावें.

४ भागानुबंध पूर्णाकास व्यवहारी विषम अपूर्णाकरूप
ऊन मग प्रथम आणि दुसरी यारीतीं करून त्याचें मूळ काढतां
ईल, अथवा त्यांतील अपूर्णाकास दशांशरूप देऊन ते दशांश
पूर्णाकाशी जोडून मग त्याचें मूळ काढावें.

तिसरे, $\frac{१९}{३३}$ याचे वर्गमूळ काय? उत्तर, ४४०३२ .
चवथे, $\frac{१९}{३३}$ याचे वर्गमूळ काय? उत्तर, ४४२५१०० .
पांचवे, $\frac{१९३}{३३}$ याचे वर्गमूळ काय? उत्तर, ४४२५१०० .
वर्गमूळाचे साहाय्याने कोणतेही घाताचे मूळ निघते, ज्या
चा प्रकाशक २ याचा कोणताही घात आहे, जसे, चतुर्घातमूळ, अष्ट
घातमूळ, षोडशघातमूळ इत्यादि प्रकाशक दोहोंचा वर्ग आहे त
र वर्गमूळ काढून पुनः त्याचे वर्गमूळ काढावे असे द्विराहतमूळ
काढावे, अष्टघाताचे त्रिराहतमूळ इत्यादि.

ह्मणजे, २१०३५८ याचे चतुर्घातमूळ काढणें तर वर्गमूळ
खाली सांगतो याप्रमाणें द्विराहत काढिलें पाहिजे.

२१०३५८०००० (१४५०३७२३३) (१२०४३१४०७ हे चतुर्घातमू.)

१		१	
२४	११०	२२	४५
४	९६	२	४४
२८५	१४३५	२४०४	१०३७२
५	१४२५	४	९६१६
२९००३	१०८०००	२४०८३	३५६३७
३	८७००९	३	३२२४०
२९००६)	२०९२९ (४२३७	३३८८६ (१४०७	
	६८७		५८७
	१०७		१७
	२०		

१ सांगितले संख्येस तीन तीन अंकस्थळांचे भागांनी या तीन भागावी, संख्येतील एकमस्थळीचे अंकावर बिंदु करावा, र सहस्रमचे स्थळीचे अंकावर दुसरा बिंदु करावा, या प्रमाणें पुं ही. ह्मणजे केले बिंदूपासून डावेकडे दोनस्थळें सोडून तिसऱ्या करावा, याप्रमाणें पूर्णांकांत एकमचे स्थळापासून डावेकडे।

॥ सांगितली संख्या तीन तीन अंकस्थळांचे भागांनी भागावाचें कां हेंच आहे की, केवळ एक अंकाचा घन तीन अंकस्थळांपेक्षा अधिक होतना आणि अशा कारणास्तव चतुर्थीतमूळ काढणेंतर सांगितली संख्या चारचार कस्थळांचे अंकांनी भागावी, पंचधातमूळ काढणेंतर पांच पांच अंकस्थळां भागांनी. याप्रमाणें पुढेंही.

रीतीचे दुसरे भूमिकेस बीज घन आश्रय आहे, कांजर मूळांत अ हीं दोनपदे आहेत, तर त्याचा घनपुढें लिहितां याप्रमाणें आहे, $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, ० यांत प्रथमपद अ, त्याचें मूळ अ, आहे, तथा $3a^2b + 3ab^2 + b^3$, हा आणि शोधक यांची वेगळालीं पदे बरोबर आहेत, पुनः जक $3a^2 + 3ab + b^2$, आहे, ज्याणें नवे भाज्याची $3a^2 + 3ab + b^2$ या दोनपदांस भाग मूळाचें दुसरें पद बघसन्न होतें, असें पुढेंही.

मूळ उजवेकडे जेथे भागाकार लिहितात तेथे माडाव. नंतर शीर्ष
न काढिलेला अतिमोठा घन त्या प्रथम भागातून वजा करावा. आ
णि बाकी राहिल तीचे उजवेकडे भाज्या करिता वरचा दुसरा भाग
घ्यावा. त्यास नवा भाज्य ह्मणावा.

२ वर लिहिले मूळाचे वर्गाची तिपट करून लिहावी, आणि
त्याचे खाली त्याच मूळाची तिपट करून एक अंकस्थळ पुढे जाई अ
शी लिहावी, आणि त्यांची बेरीज घ्यावी, या बेरिजेस नवा भाजक
ह्मणावे, नंतर भाज्याचा शेवटील अंक सोडून राहिली संख्या या भा
जकाने भागिता भागाकार काय येईल तो त्या मूळाचे जवळ लिहावा.
आता मूळस्थळी दोन अंक झाले, त्यांत प्रथमास अनां व ठेवावे, आ
णि दुसऱ्यास ई.

३ या पुढील तीन गुणाकारांची बेरीज घ्यावी, ह्मणजे तिपट अ
चा वर्ग गुणिला ई, तिपट अ गुणिला ई वर्ग, आणि ई घन. हे तीन गु
णाकार अनुक्रमे एक एक अंकस्थळ पुढे सारून लिहावे, नंतर त्यांचे
बेरिजेस हीनकर्तव्य नांव ठेवावे. परंतु हानवे भाज्यापेक्षां अधि
क नसावा, कदाचित् अधिक झाला तर मूळस्थळीचा शेवटील ई
अंक उणा करीत गेलें पाहिजे जों पर्यंत हा हीनकर्तव्य, नवे भाज्यापे



नवे माज्या कारता वरचा दुसरा भाग जाडीवा; त्यास नवा भाज
असावा तो सगळे मूळस्थळीचे अंकांपासून पूर्वप्रमाणें उत्पन्न व
वा; या नवे भाज्य भाजकांपासून रीतीचे दुसरें भूमिके प्रमाणें मूळ
दुसरा अंक उत्पन्न होईल, आणि या प्रमाणें पुढें ही.

उदाहरणें.

प्रथम, ४८२२८५४४ याचें घनमूळ काढ.

$$\begin{array}{r|l} 3 \times 3 = 27 & 48228544 \text{ (३६६ हें घनमूळ.} \\ 3 \times 3 = 09 & 90 \end{array}$$

नवा भाजक २७९ २९२२८ नवा भाज्य.

$$\begin{array}{r|l} 3 \times 3 \times 3 = 962 & \\ 3 \times 3 \times 3 = 324 & \\ 3 = 27 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 3 \times 3 \times 3 \\ 3 \times 3 \times 3 \\ 3 \end{array}} \right\} \text{ बेरीज घे.}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 \times 3 \times 3 = 3000 & 196544 \text{ शोधक.} \\ 3 \times 3 \times 3 = 900 & \end{array}$$

नवा भाजक ३८९८८ १५७२९४४ नवा भाज्य.

$$\begin{array}{r|l} 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 95452 & \\ 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9020 & \\ 3 = 27 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ 3 \end{array}} \right\} \text{ बेरीज घे.}$$

१५७२९४४ शोधक.

०००००००

तिसर, १५२० १५२० २ याचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ११०६४२.

चवथें, १२३२ याचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ११००२७.

दुसरी. संक्षेपानें घनमूळ काढायाची.[॥]

१. समारानें अथवा मूळकोष्टकांपासून, पृष्ठ ९३ इत्यादि, सांगितले संख्येचा संनिध अधिक किंवा उणा अखंड घन घ्यावा, आणि त्यास घेतला घन ह्मणावा.

॥ घनमूळ काढण्याची जी सामान्यतः रीति सांगितली आहे, ती फार दीर्घ कंटाळवाणी आणि स्मरणांत ठेवण्यास कठीण, याजकरितां संनिधमूळ काढण्याच्या दुसऱ्याविविध रीति न्यूटन, राऊसॅन, हालि डलाशी, सिंफूसन, एमरसॅन, आणि दुसरे ज्योतिषी यांनीं कल्पिल्या आहेत, परंतु, सरळरूपाची आणि सामान्यतः कामांत फार उपयोगी अशी ही रीति पाहिळी, याप्रमाणें त्यांत दुसरी कोणतीही नाही. तिचे बीज रूप हेंच आहे.

जसें, $५+२अ$ $अ+२प$:: $र$: $ल$, अथवा

जसें, $५+२अ$: $प$ ~ $अ$:: $र$: $ल$ ~ $र$.

यांत सांगितली संख्या आहे, अ, घेतलेला अति संनिध घन आहे, र, अचें घनमूळ आहे, आणि ल, पचें इच्छितें मूळ आहे.



ले संख्येची दुपट याचे बरिजेस आहे, तसे घेतले घनाचे मूळ, सांगितले संख्येचे मूळाजवळ जवळ होईल. अथवा जसे प्रथमवेरीज, सांगितली संख्या आणि घेतलेला घन यांचे वजाबाकीस आहे, तसे घेतलेले घनाचे मूळ, इच्छिते मूळ आणि घेतले घनाचे मूळ याचे वजाबाकीस होईल.

३ पुनः अशारीतीने उत्पन्न केले मूळाचा घन करून तो घेतला घन असे मानून वर प्रमाणे तपशील करावा, ह्मणजे अतिसंनिध दुसरे मूळ उत्पन्न होईल, याप्रमाणे उत्तरोत्तर उत्पन्न झालेले मूळाचा पुनः पुनः घन करून तो घेतला घन मानून वर प्रमाणे तपशील करीत जावे, ह्मणजे उत्तरोत्तर फारच अतिसंनिधमूळ निघेल.

उदाहरणे.

प्रथम, २१०३५८ याचे घनमूळ काढ.

यांत त्वरेने कळते की, याचे घनमूळ २० आणि ३० या दोन संख्यांचे मध्ये आहे, आणि पुनः शोधितां लक्षांत येते की, २७ आणि २८ या दोहोंच्या आंत आहे, याज करितां २७ घेऊन त्याचा घन १२१६७३ आहे, हा वर सांगितल्या प्रमाणे घेतला घन आहे, तेव्हा.



$$\begin{array}{r} २७ \\ ४३२२८२२ \\ १२३९०९२ \\ \hline ६०५०९८ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} १६६७७७४२ \\ ४५८३३८ \\ २६५३५ \\ २८४ \\ ४२ \end{array}$$

उन: दुसऱ्यानें कर्मकरून वरचे मूळाचा घन २१०३५३१८६४
 ५१५५८२३ आहे, आणि दुसरे भूमिकेंतील दुसरे प्रकारांनं कर्मकरून
 न याप्रमाणें होईल.

२१०३५३१८६४५ इत्यादि.

$$\begin{array}{r} ४२०७०६७७२९० \\ २१०३५८ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} २१०३५८ \\ २१०३५३१८६४५ \end{array}$$
 इत्यादि.

$$६३१०६४७७२९ : ४८१३५५ : २७६०४७ : ०००२१०५६०$$

$$\begin{array}{r} ०००२१०५६० \\ २७६०४९०२६० \end{array}$$
 हे अति
 मंनिधमूल.

दुसरें, ६७ याचें घनमूल काढ.

तिसरें, ०१ याचें घनमूल काढ.

ले सरव्यचे वर्गमूळादे प्रकाशक अक्षरचिन्ह, अ, हे कोणतेही घे
तले मूळाचे वर्गादीचे अक्षरचिन्ह, र, हे पा घेतले वर्गादीचे मूळ, ल,
हे पचे इच्छिले मूळ, नंतर याप्रमाणे ह्मणावे.

जशी न+१ वेळा अ आणि न-१ वेळा प ही बेरीज :

न+१ वेळा प आणि न-१ वेळा अ यांचे बेरीजेस होतें ::

तसें घेतलें मूळ र: इच्छिले ल यामूळास होईल.

अथवा जसें न+१ वेळा अ आणि न-१ वेळा प यांचे बेरी
जेचे अर्थ:

सांगितला आणि घेतला या घातांचें वजाबाकीस होईल.

तसें घेतलें मूळ र: घेतलें आणि खरें यामूळांचे वजाबाकी
स होईल.

आणि ही वजाबाकी घेतले मूळांत मिळविली अथवा वज
केली जसें कामांत येईल त्याप्रमाणे केलें असतां खरें मूळ होईल.

※ ही संनिधमूळरिति, सर्वघातांचे मूळांस सामान्य आहे, आणि पूर्वं सांगित
ली ती विशेषरिति घनमूळावर मात्र लागते.



$n+1 \div 2$ अ + न - $1 \div 2$ प : प अ : : र ल र.

आणि या प्रमाणें पुनः पुनः करून दुसरे दुसरे खरे मूळ काढावे, परंतु प्रत्येक प्रमाणांत शेवटीं निघेल तें मूळ र, आणि त्या मूळाचा घन न, आणि घेतले वर्गादि अ, होईल, या प्रमाणें अक्ष रचिन्हें करावी.

उदाहरणें.

२१०३५८ याचें पंचघातमूळ काढावयाचें.

या उदाहरणांत दिसतें कीं, याचें पंचघातमूळ ७३ आणि ७४ या दोन संख्यांचे मध्यें आहे, आतां ७२ हें घेतलें मूळ, याचा पंचघात $20030 \cdot 09593$, यांत $p = 210358$, $n = 7$, $r = 73$, $a = 20030 \cdot 09593$, तर दुसरे रीती प्रमाणें.

$$22209932 \left\{ \begin{array}{l} 00213605 = 7 \text{ ल} \\ 3 \cdot 3 = 7 \end{array} \right.$$

$3 \cdot 3293605 = \text{ल}$ हैं इच्छितं पंचघातमूळ होय.

दुसरी उदाहरणे.

प्रथम, २ याचें घनमूळ काढ.

उत्तर, $1 \cdot 259929$.

दुसरे, ३२१४ याचें घनमूळ काढ.

उत्तर, $14 \cdot 09356$.

तिसरे, २ याचें चतुर्घातमूळ काढ.

उत्तर, $1 \cdot 12202$.

चवथें, १७४१ याचें चतुर्घातमूळ काढ.

उत्तर, $3 \cdot 929599$.

पांचवें, २ याचें पंचघातमूळ काढ.

उत्तर, $1 \cdot 980699$.

साहाचें, १०३५०० याचें षड्घातमूळ काढ.



उत्तर, १०२२४६३.

आठवें, २१०३५८ याचें सप्तघातमूळ काढ.

उत्तर, ४०१४५३९२.

नववें, २ याचें सप्तघातमूळ काढ.

उत्तर, १०१०३०८९.

दाहावें, २१०३५८ याचें अष्टघातमूळ काढ.

उत्तर, ३०४३०३२३.

अकरावें, २ याचें अष्टघातमूळ काढ.

उत्तर, १०००५०८.

बारावें, २१०३५८ याचें नवघातमूळ काढ.

उत्तर, ३०२२२३९.

तेरावें, २ याचें नवघातमूळ काढ.

उत्तर, १०८००५३.



णि ते गणित कमांत जेथ मूळ, आण घात, पांच काम येत तेथे
फार उपयोगी पडतील.

या कोष्टकांचा उपयोग शून्य अथवा दशांशचिन्हांचे स्थान
बदल केल्याने बहुत संख्यांचे कामांत येतो, जेसे, या पुढील
उदाहरणापासून कळेल.

मूळ.	वर्ग.	घन.
३६.	१२९६.	४६६५६.
३६०.	१२९६००.	४६६५६०००.
३६००.	१२९६००००.	४६६५६०००००.
५४६.	२९८९१६.	१६२७७९३६.
५४६.	२९८९१६.	१६२७७९३६.
५४६.	२९८९१६.	१६२७७९३६.



୨	୪	୯	୨୦୨୨୨୨୨୨	୨୦୨୨୨୨୨୨
୩	୯	୨୭	୨୦୨୨୨୨୨୨୨	୨୦୨୨୨୨୨୨
୪	୨୬	୬୪	୨୦୦୦୦୦୦୦୦	୨୦୨୨୨୨୨୨
୫	୨୫	୨୨୫	୨୦୨୨୨୨୨୨୨୨	୨୦୨୨୨୨୨୨
୬	୩୬	୨୨୬	୨୦୪୪୪୪୪୪୪୪	୨୦୨୨୨୨୨୨
୭	୪୯	୩୪୨	୨୦୫୫୫୫୫୫୫୫	୨୦୨୨୨୨୨୨
୮	୬୪	୪୭୨	୨୦୬୬୬୬୬୬୬୬	୨୦୦୦୦୦୦୦
୯	୮୧	୬୨୯	୨୦୭୭୭୭୭୭୭୭	୨୦୭୭୭୭୭୭
୧୦	୧୦୦	୧୦୦୦	୨୦୮୮୮୮୮୮୮୮	୨୦୮୮୮୮୮୮
୧୧	୧୨୧	୧୨୩୧	୨୦୯୯୯୯୯୯୯୯	୨୦୨୨୨୨୨୨
୧୨	୧୪୪	୧୪୨୪	୨୧୦୦୦୦୦୦୦୦	୨୦୨୨୨୨୨୨
୧୩	୧୬୯	୨୧୬୭	୨୧୧୧୧୧୧୧୧୧	୨୦୨୨୨୨୨୨
୧୪	୧୯୬	୨୩୫୫	୨୧୨୨୨୨୨୨୨୨	୨୦୨୨୨୨୨୨
୧୫	୨୨୫	୩୩୭୫	୨୧୩୩୩୩୩୩୩୩	୨୦୫୫୫୫୫୫
୧୬	୨୫୬	୪୦୯୬	୪୦୦୦୦୦୦୦୦୦	୨୦୫୫୫୫୫୫
୧୭	୨୮୯	୪୯୧୩	୪୦୧୧୧୧୧୧୧୧	୨୦୫୫୫୫୫୫
୧୮	୩୨୪	୫୮୩୨	୪୦୨୨୨୨୨୨୨୨	୨୦୫୫୫୫୫୫
୧୯	୩୬୧	୬୮୫୯	୪୦୩୩୩୩୩୩୩୩	୨୦୫୫୫୫୫୫
୨୦	୪୦୦	୮୦୦୦	୪୦୪୪୪୪୪୪୪୪	୨୦୫୫୫୫୫୫
୨୧	୪୪୧	୯୨୬୧	୪୦୫୫୫୫୫୫୫୫	୨୦୫୫୫୫୫୫
୨୨	୪୮୪	୧୦୬୪୮	୪୦୬୬୬୬୬୬୬୬	୨୦୫୫୫୫୫୫
୨୩	୫୨୯	୧୨୧୬୯	୪୦୭୭୭୭୭୭୭୭	୨୦୫୫୫୫୫୫
୨୪	୫୭୬	୧୩୮୭୬	୪୦୮୮୮୮୮୮୮୮	୨୦୫୫୫୫୫୫
୨୫	୬୨୫	୧୫୬୨୫	୪୦୯୯୯୯୯୯୯୯	୨୦୫୫୫୫୫୫



20	622	92223	49229422	3000000
21	624	29222	602294022	3032222
22	629	24222	10229422	3062222
30	200	26000	10229422	3092222
39	222	22222	10229422	3022222
32	9022	32222	10229422	3022222
33	9022	32222	10229422	3022222
34	9922	32222	10229422	3022222
35	9222	42222	10229422	3022222
36	9222	42222	10229422	3022222
37	9222	42222	10229422	3022222
38	9222	42222	10229422	3022222
40	9200	22000	10229422	3022222
49	9200	22000	10229422	3022222
59	9200	22000	10229422	3022222
69	9200	22000	10229422	3022222
79	9200	22000	10229422	3022222
89	9200	22000	10229422	3022222
90	9200	22000	10229422	3022222



A4

B4

વર્ગ, યત્ર, આગિ મૂલ.

સંજ્ઞા	વર્ગ	યત્ર	વર્ગમૂલ	યત્રમૂલ
૧૧	૨૬૦૧	૧૩૨૬૫૧	૭૧૪૧૪૨૮૪	૩૦૦૮૪૩૦
૧૨	૨૭૦૪	૧૪૦૬૦૮	૭૨૧૧૧૦૩૬	૩૦૩૨૨૧૧
૧૩	૨૮૦૯	૧૪૮૮૭૭	૭૨૮૦૧૦૯૯	૩૦૫૬૨૮૬
૧૪	૨૯૧૬	૧૫૭૪૬૪	૭૩૪૮૪૬૯૨	૩૦૮૦૭૭૩
૧૫	૩૦૨૫	૧૬૬૩૭૫	૭૪૧૬૧૯૮૫	૩૧૦૫૨૯૩
૧૬	૩૧૩૬	૧૭૫૬૧૬	૭૪૮૩૩૧૪૮	૩૧૨૯૮૬૨
૧૭	૩૨૪૯	૧૮૫૧૨૩	૭૫૫૦૮૩૪૪	૩૧૫૪૮૦૧
૧૮	૩૩૬૪	૧૯૫૧૧૩	૭૬૧૭૫૭૦૩૧	૩૧૭૯૦૮૭
૧૯	૩૪૮૧	૨૦૫૩૭૨	૭૬૮૪૧૪૫૭	૩૧૯૯૨૯૬
૨૦	૩૬૦૦	૨૧૬૦૦૦	૭૭૫૦૮૬૭૦	૩૨૨૪૮૬૭
૨૧	૩૭૨૧	૨૨૬૯૮૧	૭૮૧૮૦૨૪૮૭	૩૨૪૯૪૯૭
૨૨	૩૮૪૪	૨૩૮૩૨૮	૭૮૮૫૦૦૭૩૧	૩૨૭૪૭૯૨
૨૩	૩૯૬૯	૨૫૦૦૪૭	૭૯૫૨૦૨૫૩૯	૩૨૯૯૭૦૦
૨૪	૪૦૯૬	૨૬૨૧૪૪	૮૦૦૦૦૦૦૦૦	૩૩૨૫૦૦૦
૨૫	૪૨૨૫	૨૭૪૬૨૫	૮૦૬૨૨૫૭૭	૩૩૫૦૭૨૬
૨૬	૪૩૫૬	૨૮૭૪૨૬	૮૧૨૪૦૩૮૪	૩૩૭૬૦૦૦
૨૭	૪૪૮૯	૩૦૦૭૬૩	૮૧૮૫૭૩૫૨૮	૩૪૦૧૭૪૮
૨૮	૪૬૨૪	૩૧૪૪૩૨	૮૨૪૬૨૨૧૧૩	૩૪૨૭૬૫૬
૨૯	૪૭૬૧	૩૨૮૫૦૯	૮૩૦૬૬૨૩૯	૩૪૫૩૫૬૬
૩૦	૪૯૦૦	૩૪૩૦૦૦	૮૩૬૬૬૦૦૦૩	૩૪૭૯૨૮૫
૩૧	૫૦૪૧	૩૫૭૯૧૧	૮૪૨૬૧૪૯૮	૩૫૦૫૦૧૮
૩૨	૫૧૮૪	૩૭૩૨૪૮	૮૪૮૫૨૮૭૪	૩૫૩૦૭૬૮
૩૩	૫૩૨૯	૩૮૯૦૧૭	૮૫૪૪૦૦૩૦	૩૫૫૬૭૩૦
૩૪	૫૪૭૬	૪૦૫૨૨૪	૮૬૦૨૩૨૫૩	૩૫૮૨૭૩૬
૩૫	૫૬૨૫	૪૨૧૮૭૫	૮૬૬૦૨૨૫૦	૩૬૦૮૭૬૩

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
७६	५७७६	४३८९७६	८७१७७९९	४२३५८२४
७७	५९२९	४५६९३३	८७७४९६४	४२३४३२१
७८	६०८४	४७४५५२	८८३१७६०९	४२७२६४९
७९	६२४१	४९३०३९	८८८८१९४४	४२९०८४१
८०	६४००	५१२०००	८९४४२७१९	४३०८८७०
८१	६५६१	५३१४४१	९०००००००	४३२६७४९
८२	६७२४	५५१३६८	९०५५३८५१	४३४४४८१
८३	६८८९	५७१७८७	९११०४३३६	४३६२०७१
८४	७०५६	५९२७०४	९१६५१५१४	४३७९५१९
८५	७२२५	६१४१२५	९२१९५४४५	४३९६८३०
८६	७३९६	६३६०५६	९२७३६१८५	४४१४००५
८७	७५६९	६५८५०३	९३२७३७९१	४४३१०४७
८८	७७४४	६८१४७२	९३८०८३१५	४४४७९६०
८९	७९२१	७०४९६९	९४३३९८११	४४६४७४९
९०	८१००	७२९०००	९४८६८३३०	४४८१४०५
९१	८२८१	७५३५७१	९५३९३९२०	४४९७९४१
९२	८४६४	७७८६८८	९५९१६६३०	४५१४३५७
९३	८६४९	८०४३५७	९६४३६५०८	४५३०६५५
९४	८८३६	८३०५८४	९६९५३१९७	४५४६८३६
९५	९०२५	८५७३७५	९७४६७९४३	४५६३९०३
९६	९२१६	८८४७३६	९७९८९५९०	४५८०८५७
९७	९४०९	९१२६७३	९८४८८५७८	४५९८४७१
९८	९६०४	९४११९२	९८९९४९४९	४६१०४३६
९९	९८०१	९७०२९९	९९५०७७४४	४६२६०६५
१००	१००००	१००००००	१००००००००	४६४१५८९

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
१०१	१०२०१	१०३०३०१	१०'०४९८७५६	४'६५७०१०
१०२	१०४०४	१०६१२०८	१०'०९९५०४९	४'६७२३२९
१०३	१०६०९	१०९२७२७	१०'१४८८९१६	४'६८७५४८
१०४	१०८१६	११२४८६४	१०'१९८०३९०	४'७०२६६९
१०५	११०२५	११५७६२५	१०'२४६९५०८	४'७१७६९८
१०६	११२३६	११९१०१६	१०'२९५६३०१	४'७३२६२४
१०७	११४४९	१२२२०४३	१०'३४४०८०४	४'७४७४५९
१०८	११६६४	१२५९७१२	१०'३९२३०४८	४'७६२२०३
१०९	११८८१	१२९५०२९	१०'४४०३०६५	४'७७६८५६
११०	१२१००	१३३१०००	१०'४८८०८८५	४'७९१४२०
१११	१२३२१	१३६७६७१	१०'५३५६५३८	४'८०५८६६
११२	१२५४४	१४०४९२८	१०'५८३००५२	४'८२०२८४
११३	१२७६९	१४४२८९७	१०'६३०१४५८	४'८३४५८०
११४	१२९९६	१४८१५४४	१०'६७७०७८३	४'८४०८०८
११५	१३२२५	१५२०८७५	१०'७२३८०५३	४'८६२२४४
११६	१३४५६	१५६०८९६	१०'७७०३२९६	४'८७६९९९
११७	१३६८९	१६०१६१७	१०'८१६६५३८	४'८९१९७३
११८	१३९२४	१६४३०३२	१०'८६२७८०५	४'९०४८६८
११९	१४१६१	१६८४१५९	१०'९०८७१२१	४'९१९६८५
१२०	१४४००	१७२५०००	१०'९५४४५९२	४'९३२४२४
१२१	१४६४१	१७७१५६१	११'००००००००	४'९४६०८८
१२२	१४८८४	१८१५८४८	११'०४५३६१०	४'९५९६७५
१२३	१५१२९	१८६०८६७	११'०९०५३६५	४'९७३१९०
१२४	१५३७६	१९०६६२४	११'१३५५२८७	४'९८६६३१
१२५	१५६२५	१९५३१२५	११'१८०३३९९	४'९९००००

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
१२६	१५८७६	२०००७७६	११'२२४९७२२	५०१३२९८
१२७	१६१२९	२०४८७८७	११'२६९४२७७	५०२६५२६
१२८	१६३८४	२०९७१५२	११'३१३७०८५	५०३९८८४
१२९	१६६४१	२१४६६८९	११'३५७८१६७	५०५३७७४
१३०	१६९००	२१९७०००	११'४०१७५४३	५०६५७९७
१३१	१७१६१	२२४८०९१	११'४४५५२३१	५०७८७५३
१३२	१७४२४	२२९९९६८	११'४८९१२५३	५०९१६४३
१३३	१७६८९	२३५२६७७	११'५३२१६२६	५१०४४६९
१३४	१७९५६	२४०६१०४	११'५७५८३६२	५११७३३०
१३५	१८२२५	२४६०७७५	११'६१८९१००	५१२९९२८
१३६	१८४९६	२५१५४५६	११'६६१९०३८	५१४२५६३
१३७	१८७६९	२५७१७९३	११'७०४६९९९	५१५५१७७
१३८	१९०४४	२६२८०७२	११'७४७३४४४	५१६७६४९
१३९	१९३२१	२६८५६१९	११'७८९८२६१	५१८०१०१
१४०	१९६००	२७४४०००	११'८३२१५९६	५१९२४९४
१४१	१९८८१	२८०३२५१	११'८७४३४२१	५२०४८२८
१४२	२०१६४	२८६३२८८	११'९१६३७७३	५२१७१०७
१४३	२०४४९	२९२४२०७	११'९५८२६०७	५२२९३२१
१४४	२०७३६	२९८५९८४	१२'०००००००	५२४१४८३
१४५	२१०२५	३०४८६२५	१२'०४१५९४६	५२५३५८८
१४६	२१३१६	३११२१३६	१२'०८३०४६०	५२६५६३७
१४७	२१६०९	३१७६५२३	१२'१२४३२५७	५२७७७३२
१४८	२१९०४	३२४१७९२	१२'१६५५२५१	५२८९८७२
१४९	२२२०१	३३०७१४९	१२'२०६५५५५	५३०१४५९
१५०	२२५००	३३७२०००	१२'२४७०४००	५३१३२९३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१५१	२२८०१	३४४२८५१	१२'२८८२०५७	२'३२१०७४
१५२	२३१०४	३५११८०८	१२'३२८८२८०	५'३३६८०३
१५३	२३४०९	३२८१५७७	१२'३६९३१६९	५'३४८४८१
१५४	२३७१६	३६४२२६४	१२'४०९६७३६	५'३६०१०८
१५५	२४०२१	३७२३८३५	१२'४४९८९९६	५'३७१६८२
१५६	२४३३६	३८०६४१६	१२'४८९९९६०	५'३८३२१३
१५७	२४६४९	३८८९८९३	१२'५२९८६४१	५'३९४६९१
१५८	२४९६४	३९४४३१२	१२'५६९८०५१	५'४०६१२०
१५९	२५२८१	४०१९६७९	१२'६०९८२०९	५'४१७५०१
१६०	२५६००	४०९६०००	१२'६४९११०६	५'४२८८३२
१६१	२५९२१	४१७३२८१	१२'६८८५७७५	५'४४०१२२
१६२	२६२४४	४२५१५२८	१२'७२७९२२१	५'४५१३६२
१६३	२६५६९	४३३०७४७	१२'७६७१४५३	५'४६२५५६
१६४	२६८९६	४४१०९४४	१२'८०६२४८५	५'४७३७७०
१६५	२७२२५	४४९२१२५	१२'८४५२३२६	५'४८४८०६
१६६	२७५५६	४५७४२९६	१२'८८४०९८७	५'४९५८६५
१६७	२७८८९	४६५७३६३	१२'९२२८४८०	५'५०६८७९
१६८	२८२२४	४७४१६७२	१२'९६१४८१४	५'५१७८४८
१६९	२८५६१	४८२६८०९	१३'०००००००	५'५२८७७०
१७०	२८९००	४९१३०००	१३'०३८१०४८	५'५३९६५८
१७१	२९२४१	५०००२११	१३'०७६६९६८	५'५५०४९२
१७२	२९५८४	५०८८४४८	१३'११४८७७०	५'५६१२९८
१७३	२९९२९	५१७७७७७	१३'१५२९४६४	५'५७२०५५
१७४	३०२७६	५२६८०२४	१३'१९०९०६०	५'५८२७७०
१७५	३०६२५	५३५९३७५	१३'२२८७५६६	५'५९३५४०

वर्ग, धन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	धन	वर्ग मूळ	धन मूळ
१७६	३०९७६	५४५१७७६	१३२६६४९९३	५६०४०७२
१७७	३१३२९	५५४५२७७	१३३०९१३५७	५६१४६७३
१७८	३१६८४	५६३९७५२	१३३५१६६६१	५६२५२२६
१७९	३२०४१	५७३५३७९	१३३७९०८८२	५६३५७४१
१८०	३२४००	५८३२०००	१३४१६४०७१	५६४६२१६
१८१	३२७६१	५९२९७४१	१३४५७६२४०	५६५६६१२
१८२	३३१२४	६०२८५६८	१३४९०७३७६	५६६७०५१
१८३	३३४८९	६१२८४८७	१३५२७७४९३	५६७७४११
१८४	३३८५६	६२२९५०४	१३५६८६६००	५६८७७७४
१८५	३४२२५	६३३१६२५	१३६०१४७०१	५६९८०१९
१८६	३४५९६	६४३४८५६	१३६३८१८१७	५७०८२६७
१८७	३४९६९	६५३९७०७	१३६७४७९६३	५७१८७७९
१८८	३५३४४	६६४४६७२	१३७११७०९२	५७२८६५४
१८९	३५७२१	६७४९२६९	१३७४७७२७१	५७३८८९४
१९०	३६१००	६८५९०००	१३७८४०४८८	५७४८८९७
१९१	३६४८१	६९६७८७१	१३८२०२७५०	५७५८९५५
१९२	३६८६४	७०७७८८८	१३८५६४०६५	५७६८९९६
१९३	३७२४९	७१८९०५७	१३८९२४४४०	५७७८९९६
१९४	३७६३६	७३०१३८४	१३९२८३८८३	५७८८९६०
१९५	३८०२५	७४१४८७५	१३९६४२४००	५७९८८९०
१९६	३८४१६	७५२९५३६	१४०००००००	५८०८७८६
१९७	३८८०९	७६४९७७७	१४०३५६६८८	५८१८६४८
१९८	३९२०४	७७६२३९२	१४०७१२४७३	५८२८४७६
१९९	३९६०१	७८८०५९९	१४१०६७३६०	५८३८२७२
२००	४००००	८००००००	१४१४२१३५६	५८४८०३५

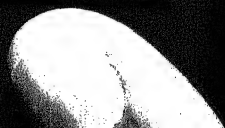
ବୀ, ଘନ, ଆମିଷ୍ଟକ.

ସଂଖ୍ୟା	ବୀ	ଘନ	ବୀମିଷ୍ଟକ	ଘନମିଷ୍ଟକ
୨୦୧	୪୦୫୦୦	୬୪୦୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୦୨	୪୦୬୦୦	୬୪୪୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୦୩	୪୦୭୦୦	୬୪୮୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୦୪	୪୦୮୦୦	୬୫୨୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୦୫	୪୦୯୦୦	୬୫୬୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୦୬	୪୧୦୦୦	୬୬୦୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୦୭	୪୧୧୦୦	୬୬୪୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୦୮	୪୧୨୦୦	୬୬୮୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୦୯	୪୧୩୦୦	୬୭୨୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୦	୪୧୪୦୦	୬୭୬୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୧	୪୧୫୦୦	୬୮୦୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୨	୪୧୬୦୦	୬୮୪୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୩	୪୧୭୦୦	୬୮୮୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୪	୪୧୮୦୦	୬୯୨୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୫	୪୧୯୦୦	୬୯୬୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୬	୪୨୦୦୦	୭୦୦୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୭	୪୨୧୦୦	୭୦୪୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୮	୪୨୨୦୦	୭୦୮୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୧୯	୪୨୩୦୦	୭୧୨୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୨୦	୪୨୪୦୦	୭୧୬୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୨୧	୪୨୫୦୦	୭୨୦୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୨୨	୪୨୬୦୦	୭୨୪୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୨୩	୪୨୭୦୦	୭୨୮୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୨୪	୪୨୮୦୦	୭୩୨୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦
୨୨୫	୪୨୯୦୦	୭୩୬୦୦୦୦	୧୫୦୦୦୦୦୦୦୦	୫୦୦୦୦୦୦୦୦

संज्ञासूची

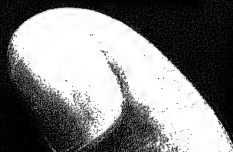
संज्ञा	सं.	वर्ण	संज्ञासूची	संज्ञासूची
१००	१००००	१००००००००	१०००००००००	१००००००००
१०१	१०००१	१०००१००००	१०००१०००००	१०००१००००
१०२	१०००२	१०००२००००	१०००२०००००	१०००२००००
१०३	१०००३	१०००३००००	१०००३०००००	१०००३००००
१०४	१०००४	१०००४००००	१०००४०००००	१०००४००००
१०५	१०००५	१०००५००००	१०००५०००००	१०००५००००
१०६	१०००६	१०००६००००	१०००६०००००	१०००६००००
१०७	१०००७	१०००७००००	१०००७०००००	१०००७००००
१०८	१०००८	१०००८००००	१०००८०००००	१०००८००००
१०९	१०००९	१०००९००००	१०००९०००००	१०००९००००
११०	१००१०	१००१०००००	१००१००००००	१००१०००००
१११	१००११	१००११००००	१००११०००००	१००११००००
११२	१००१२	१००१२००००	१००१२०००००	१००१२००००
११३	१००१३	१००१३००००	१००१३०००००	१००१३००००
११४	१००१४	१००१४००००	१००१४०००००	१००१४००००
११५	१००१५	१००१५००००	१००१५०००००	१००१५००००
११६	१००१६	१००१६००००	१००१६०००००	१००१६००००
११७	१००१७	१००१७००००	१००१७०००००	१००१७००००
११८	१००१८	१००१८००००	१००१८०००००	१००१८००००
११९	१००१९	१००१९००००	१००१९०००००	१००१९००००
१२०	१००२०	१००२०००००	१००२००००००	१००२०००००
१२१	१००२१	१००२१००००	१००२१०००००	१००२१००००
१२२	१००२२	१००२२००००	१००२२०००००	१००२२००००
१२३	१००२३	१००२३००००	१००२३०००००	१००२३००००
१२४	१००२४	१००२४००००	१००२४०००००	१००२४००००
१२५	१००२५	१००२५००००	१००२५०००००	१००२५००००
१२६	१००२६	१००२६००००	१००२६०००००	१००२६००००
१२७	१००२७	१००२७००००	१००२७०००००	१००२७००००
१२८	१००२८	१००२८००००	१००२८०००००	१००२८००००
१२९	१००२९	१००२९००००	१००२९०००००	१००२९००००
१३०	१००३०	१००३०००००	१००३००००००	१००३०००००

252	25200	25200000	2520000000	25200000000
253	25300	25300000	2530000000	25300000000
254	25400	25400000	2540000000	25400000000
255	25500	25500000	2550000000	25500000000
256	25600	25600000	2560000000	25600000000
257	25700	25700000	2570000000	25700000000
258	25800	25800000	2580000000	25800000000
259	25900	25900000	2590000000	25900000000
260	26000	26000000	2600000000	26000000000
261	26100	26100000	2610000000	26100000000
262	26200	26200000	2620000000	26200000000
263	26300	26300000	2630000000	26300000000
264	26400	26400000	2640000000	26400000000
265	26500	26500000	2650000000	26500000000
266	26600	26600000	2660000000	26600000000
267	26700	26700000	2670000000	26700000000
268	26800	26800000	2680000000	26800000000
269	26900	26900000	2690000000	26900000000
270	27000	27000000	2700000000	27000000000
271	27100	27100000	2710000000	27100000000
272	27200	27200000	2720000000	27200000000
273	27300	27300000	2730000000	27300000000
274	27400	27400000	2740000000	27400000000
275	27500	27500000	2750000000	27500000000
276	27600	27600000	2760000000	27600000000
277	27700	27700000	2770000000	27700000000
278	27800	27800000	2780000000	27800000000
279	27900	27900000	2790000000	27900000000
280	28000	28000000	2800000000	28000000000
281	28100	28100000	2810000000	28100000000
282	28200	28200000	2820000000	28200000000
283	28300	28300000	2830000000	28300000000
284	28400	28400000	2840000000	28400000000
285	28500	28500000	2850000000	28500000000
286	28600	28600000	2860000000	28600000000
287	28700	28700000	2870000000	28700000000
288	28800	28800000	2880000000	28800000000
289	28900	28900000	2890000000	28900000000
290	29000	29000000	2900000000	29000000000



267	60264	29404842	95'6033320	5'428492
268	60547	294976839	95'6032039	5'4373334
269	60800	29442000	95'6032000	5'442132
270	60869	29495049	95'6030742	5'448212
271	60928	294979027	95'6027006	5'449602
272	60987	294954902	95'6027003	5'4494794
273	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
274	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
275	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
276	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
277	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
278	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
279	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
280	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
281	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
282	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
283	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
284	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
285	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
286	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
287	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
288	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
289	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
290	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
291	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
292	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
293	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
294	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
295	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
296	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
297	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
298	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
299	60992	294954903	95'6027003	5'4494794
300	60992	294954903	95'6027003	5'4494794

302	91208	20473200	90'3059002	8'000902
303	99000	20590900	90'4060002	8'040900
304	92496	20090000	90'4034000	8'023000
305	93004	20300000	90'4000000	8'000000
306	93000	20000000	90'4000000	8'000000
307	94000	20000000	90'4000000	8'000000
308	94000	20000000	90'4000000	8'000000
309	94000	20000000	90'4000000	8'000000
310	94000	20000000	90'4000000	8'000000
311	94000	20000000	90'4000000	8'000000
312	94000	20000000	90'4000000	8'000000
313	94000	20000000	90'4000000	8'000000
314	94000	20000000	90'4000000	8'000000
315	94000	20000000	90'4000000	8'000000
316	94000	20000000	90'4000000	8'000000
317	94000	20000000	90'4000000	8'000000
318	94000	20000000	90'4000000	8'000000
319	94000	20000000	90'4000000	8'000000
320	94000	20000000	90'4000000	8'000000
321	94000	20000000	90'4000000	8'000000
322	94000	20000000	90'4000000	8'000000
323	94000	20000000	90'4000000	8'000000
324	94000	20000000	90'4000000	8'000000
325	94000	20000000	90'4000000	8'000000



323	905522	34564053	900599833	5055298
325	906455	3425344	902906303	5055234
326	905239	34599052	909363409	5050383
330	905500	34536000	909545029	5090523
339	905459	34267529	909037045	5090306
332	990225	3455234	902205409	5022314
333	990552	34525030	902552506	5039300
334	999445	3024505	902545455	5035232
335	992224	30554309	903030042	5034915
336	992555	30533045	903303025	5042043
338	993455	30242043	903454455	5045553
335	992225	30597062	903570063	5044595
336	992559	30545295	903992425	5042463
340	994500	30307000	904350553	5050432
349	995459	30599529	904549543	5055355
342	995555	40009455	904532520	5053989
343	995555	40343506	904202452	5000000
344	995335	40606455	904532340	5005055
344	995024	49053524	904571025	50093405
345	995075	49229036	905090642	5002035
345	995075	49059523	905165350	50020905
345	999905	42957952	905447045	5003350
346	999509	42905455	905534416	5005045
346	999900	42564000	905055555	5005305

A4

B4

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
३५१	१२३२०१	१३२४३५५१	१००३३४८८००	७०५४००३
३५२	१२३८०४	१३६१४२०८	१००३६१६६३०	७०५६८८६
३५३	१२४४०८	१३९८६८३७	१००३८८२८४२	७०६०३७६
३५४	१२५०१२	१४३६०८६०	१००४१४८८७७	७०६४००३
३५५	१२५६१६	१४७३५०७५	१००४४१४४३७	७०६७६८८
३५६	१२६२२०	१५११००१६	१००४६७८६२३	७०७१३४१
३५७	१२६८२४	१५४८८२१३	१००४९४४४३६	७०७५०७०
३५८	१२७४२८	१५८६८३७१	१००५२०८८४८	७०७८७८८
३५९	१२८०३२	१६२४८५७९	१००५४७२८५३	७०८२५१८३
३६०	१२८६३६	१६६२८८००	१००५७३६६६०	७०८६२८६
३६१	१२९२४०	१७००९०८१	१००६००००००	७०८९९९३
३६२	१२९८४४	१७३८९२८९	१००६२६२६२६	७०९३७३५
३६३	१३०४४८	१७७६९५०३	१००६५२५५८८	७०९७४८५
३६४	१३१०५२	१८१५००११	१००६७८७८००	७१०००३७
३६५	१३१६५६	१८५३०५२५	१००७०५०५२५	७१०३५६८
३६६	१३२२६०	१८९१०८३९	१००७३१३६५	७१०७०८०
३६७	१३२८६४	१९२९११५३	१००७५७५७४१	७११०५८८
३६८	१३३४६८	१९६७२४७७	१००७८३७९६१	७११४०८५
३६९	१३४०७२	१९९८३८०१	१००८०९८७२७	७११७५८०
३७०	१३४६७६	२०३६५०००	१००८३५८८४१	७१२०८८४
३७१	१३५२८०	२०७४६४०१	१००८६१९८०३	७१२४५१६
३७२	१३५८८४	२११२८८०४	१००८८८०९५	७१२८०८६
३७३	१३६४८८	२१५१११०७	१००९१४२०७८	७१३१६०५
३७४	१३७०९२	२१८९३६१०	१००९४०३१८६	७१३५१३२
३७५	१३७६९६	२२२७६१०५	१००९६६४२६०	७१३८६५०

१०८

वर्ग, घन, आनिमुक्त.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमुक्त	घनमुक्त
३३६	१८१३०६	५३१९७३७६	१०००००००००	३०३१३६१३
३३७	१८३१५०	६३२८३६३७	१०००००००००	३०३२००००
३३८	१८४९९४	७३३७०१९९	१०००००००००	३०३२६३०३०
३३९	१८६८३८	८३४५६८३८	१०००००००००	३०३३२६०६०
३४०	१८८६८२	९३५४३४९२	१०००००००००	३०३३८९१२०
३४१	१९०५२६	१०३६२१०५६	१०००००००००	३०३४५२१८०
३४२	१९२३७०	११३७०८१७०	१०००००००००	३०३५१५२४०
३४३	१९४२१४	१२३७९५२१४	१०००००००००	३०३५७८३००
३४४	१९६०५८	१३३८८२३७८	१०००००००००	३०३६४१३६०
३४५	१९७९०२	१४३९६९५४२	१०००००००००	३०३७०४४२०
३४६	१९९७४६	१५४०५६७०६	१०००००००००	३०३७६७४८०
३४७	२०१५९०	१६४१४३८७०	१०००००००००	३०३८३०७४०
३४८	२०३४३४	१७४२३०९८४	१०००००००००	३०३८९३८००
३४९	२०५२७८	१८४३१८१०८	१०००००००००	३०३९५६८६०
३५०	२०७१२२	१९४४०५२२२	१०००००००००	३०४०१९९२०
३५१	२०८९६६	२०४४९२३३६	१०००००००००	३०४०८३१८०
३५२	२१०८१०	२१४५७९४५०	१०००००००००	३०४१४६४४०
३५३	२१२६५४	२२४६६६५४४	१०००००००००	३०४२०९५००
३५४	२१४४९८	२३४७५३६५८	१०००००००००	३०४२७२५६०
३५५	२१६३४२	२४४८४०७७२	१०००००००००	३०४३३५६२०
३५६	२१८१८६	२५४९२७८८६	१०००००००००	३०४३९८६८०
३५७	२२००३०	२६५०१५०००	१०००००००००	३०४४६१७४०
३५८	२२१८७४	२७५१०२११४	१०००००००००	३०४५२४८००
३५९	२२३७१८	२८५१८९२२८	१०००००००००	३०४५८७८६०
३६०	२२५५६२	२९५२७६३४२	१०००००००००	३०४६५०९२०
३६१	२२७४०६	३०५३६३४५६	१०००००००००	३०४७१३९८०
३६२	२२९२५०	३१५४५०५७०	१०००००००००	३०४७७६९४०
३६३	२३१०९४	३२५५३७६८४	१०००००००००	३०४८४००००
३६४	२३२९३८	३३५६२४७९८	१०००००००००	३०४९०३०६०
३६५	२३४७८२	३४५७११९१२	१०००००००००	३०४९६६१२०
३६६	२३६६२६	३५५७९९०२६	१०००००००००	३०५०२९१८०
३६७	२३८४७०	३६५८८६१४०	१०००००००००	३०५०९२२४०
३६८	२४०३१४	३७५९७३२५४	१०००००००००	३०५१५५३००
३६९	२४२१५८	३८६०६०३६८	१०००००००००	३०५२१८३६०
३७०	२४४००२	३९६१४७४८२	१०००००००००	३०५२८१४२०

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
४२६	१८१४७६	७७३०८७७६	२०' ६३८७६७४	७' ५२५३६५
४२७	१८२३२८	७७८५४४६७	२०' ६६३८७८३	७' ५३०३४८
४२८	१८३१८४	७८४०२५४२	२०' ६८८९६०९	७' ५३६९२९
४२९	१८४०४१	७८९५३५८८	२०' ७१२३९५२	७' ५४१८८६
४३०	१८४९००	७९५०७०००	२०' ७३६४४४९	७' ५४७८४३
४३१	१८५७६३	८००६२८६९	२०' ७६०५३८५	७' ५५३८८८
४३२	१८६६२४	८०६२९५६८	२०' ७८४६०८७	७' ५५९८२६
४३३	१८७४८९	८११९०७७३	२०' ८०८६५२०	७' ५६५७५५
४३४	१८८३५६	८१७४६५०४	२०' ८३२६६६७	७' ५७१९५४
४३५	१८९२२०	८२३१२४७५	२०' ८५६६५३६	७' ५७८८८४
४३६	१९००८६	८२८८९८५६	२०' ८८०६९३०	७' ५८४८८६
४३७	१९०९५६	८३४५३४१३	२०' ९०४५४५६	७' ५९०८५८
४३८	१९१८२४	८४०२७६७२	२०' ९२८४४८५	७' ५९६८६३
४३९	१९२७०१	८४६०४४९८	२०' ९५२३२६८	७' ६००९३८
४४०	१९३५८०	८५१८४०००	२०' ९७६९७७०	७' ६०६९०५
४४१	१९४४८९	८५७६६९२९	२१' ०००००००	७' ६१२८६५
४४२	१९५३६४	८६३५०३८८	२१' ०२३७८६०	७' ६१८८२५
४४३	१९६२४९	८६९३८३००	२१' ०४७५६५२	७' ६२४७५२
४४४	१९७१३६	८७५२८३८४	२१' ०७१३०७५	७' ६३०८८४
४४५	१९८०२५	८८१२९९२५	२१' ०९५०२३९	७' ६३६८००
४४६	१९८९१६	८८७३६८३८	२१' ११८७९२९	७' ६४२७२९
४४७	१९९८०९	८९३४३८२३	२१' १४२३७४५	७' ६४८६०२
४४८	२००७०४	८९९५०८६२	२१' १६६०९०५	७' ६५४५२५
४४९	२०१६०१	९०५५८८४८	२१' १८९८२०१	७' ६६०४५४
४५०	२०२५००	९११६५०००	२१' २१३२८३४	७' ६६६३८८

[illegible][illegible]

११३

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक.
५०१	२५१००१	१२५७५१५०१	२२'३८३०२८३	७'८४२२८३
५०२	२५२००४	१२६५०६००८	२२'४०५३५६५	७'८५७५७४
५०३	२५३००९	१२७२६३५२७	२२'४२७६६१५	७'८५२८४८
५०४	२५४०१६	१२८०२४०६४	२२'४४९९८४३	७'८५८१४१
५०५	२५५०२५	१२८७८७६२५	२२'४७२२०५१	७'८६३३५४
५०६	२५६०३६	१२९५५४२१६	२२'४९४४४३८	७'८६८६२७
५०७	२५७०४९	१३०३२३८४३	२२'५१६६६०५	७'८७३८७३
५०८	२५८०६४	१३१०९६५१२	२२'५३८८५५३	७'८७९११२
५०९	२५९०८१	१३१८७२२२९	२२'५६१०२८३	७'८८४३४४
५१०	२६०१००	१३२६५१०००	२२'५८३१७९६	७'८८९५७०
५११	२६११२१	१३३४३२८३१	२२'६०५३०९१	७'८९४७८८
५१२	२६२१४४	१३४२१७७२८	२२'६२७४१७०	८'०००००००
५१३	२६३१६९	१३५००५६९७	२२'६४९५०३३	८'००५२०५
५१४	२६४१९६	१३५७९६७५४	२२'६७१५६८१	८'०१०४०३
५१५	२६५२२५	१३६५९०८७५	२२'६९३६११४	८'०१५५९५
५१६	२६६२५६	१३७३८८०९६	२२'७१५६३३४	८'०२०७७८
५१७	२६७२८९	१३८१८८४१३	२२'७३७७३४०	८'०२५९५७
५१८	२६८३२४	१३८९९१८३२	२२'७५९८१३४	८'०३११२८
५१९	२६९३६१	१३९८०९८७९	२२'७८१९४७१	८'०३६२८३
५२०	२७०४००	१४०६०८०००	२२'८०३५०८५	८'०४१४५१
५२१	२७१४४१	१४१४२०७६१	२२'८२५५२५४	८'०४६६०३
५२२	२७२४८४	१४२२३६६४८	२२'८४७३१९३	८'०५१७४८
५२३	२७३५२९	१४३०५५६६७	२२'८६९१६३३	८'०५६८८६
५२४	२७४५७६	१४३८७७०८४	२२'८९०९४५३	८'०६२०१८
५२५	२७५६२५	१४४७०३१२५	२२'९१२८७८५	८'०६७१४३

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
५२६	२७६६७६	१४५५३१५७६	२२८३४६८८९	६७७२२६३
५२७	२७७७२८	१४६३६३१८३	२२८५६४८०६	६०७७३७४
५२८	२७८८८४	१४७१८७८५२	२२८७८२५०६	६०८२४८०
५२९	२७९८४१	१४८०३५८८९	२३०००००००	६०८७५७९
५३०	२८०८००	१४८८७७०००	२३०२१७२८९	६०९२६७२
५३१	२८१८६१	१४९७२१२८९	२३०४३४३७२	६०९७७५९
५३२	२८३०२४	१५०५६८७६९	२३०६५१२५२	६१०२८३९
५३३	२८४०८९	१५१४१९४३७	२३०८६७८२८	६१०७८९३
५३४	२८५१५६	१५२२७३७०४	२३१०८४४००	६११२९८०
५३५	२८६२२१	१५३१३०३७५	२३१३००६७०	६११८०४१
५३६	२८७२८६	१५३९८०६१६	२३१५१६७३८	६१२३०८६
५३७	२८८३५२	१५४८४१४१३	२३१७३२६०५	६१२८१४५
५३८	२८९४१४	१५५७०२०६७२	२३१९४८२७०	६१३३१८७
५३९	२९०४८१	१५६५६२०८१९	२३२१६३७३५	६१३८२३३
५४०	२९१५००	१५७४२४०००	२३२३७८००१	६१४३२५३
५४१	२९२५६१	१५८२८४०४२१	२३२५९४०६७	६१४८२७६
५४२	२९३६२४	१५९१४००८८	२३२८०८८३५	६१५३२८४
५४३	२९४६८९	१६०१००००७	२३३०२४६०४	६१५८३०५
५४४	२९५७५६	१६०९६०९८४	२३३२३८०७६	६१६३३१०
५४५	२९६८२१	१६१८२०८६२५	२३३४५२३२१	६१६८३०९
५४६	२९७८८६	१६२६८१७३६	२३३६६६४२९	६१७३३०२
५४७	२९८९५२	१६३५४२७२३	२३३८८०३११	६१७८२८९
५४८	२९९०१७	१६४४०३६५२३	२३४०९४२८८	६१८३३६९
५४९	३०००८१	१६५२६४५८९	२३४३०७४८०	६१८८२४४
५५०	३०११५०	१६६१२५८००	२३४५२०७८८	६१९३२१३

११५

बर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
५५१	३०३६०१	१६५२८४१५१	३३२५३३६६२	८१९८१७५
५५२	३०४७०४	१६८१८६६०८	३३४९४६८०२	८२०३१३२
५५३	३०५८०९	१६८१९२३७७	३३५१५९५२०	८२०८०८२
५५४	३०६९१६	१७००३१४६४	३३५३७२०४८	८२१३०२७
५५५	३०८०२५	१७०८५२८७५	३३५५८४३८०	८२१८८६६
५५६	३०९१३६	१७१८७९६१६	३३५७९६५२२	८२२४८८८
५५७	३१०२४९	१७२८०४६८७	३३६००८४७४	८२२७८२५
५५८	३११३६४	१७३७४१११२	३३६२२०२३६	८२३२७४६
५५९	३१२४८१	१७४६८७६८७	३३६४३१८०८	८२३७६६९
५६०	३१३६००	१७५६२४०००	३३६६४३१८९	८२४२५७१
५६१	३१४७२१	१७६५५८४८१	३३६८५४३८६	८२४७४७४
५६२	३१५८४४	१७७५०४३२४	३३७०६५३८२	८२५२३७१
५६३	३१६९६९	१७८४५३५४७	३३७२७६२१०	८२५७२६३
५६४	३१८०९६	१७९४०६१४४	३३७४८६८४१	८२६२१४९
५६५	३१९२२५	१८०३६२१२५	३३७६९७२८६	८२६७०२८
५६६	३२०३५६	१८१३२१४८६	३३७९०७५४५	८२७१९०४
५६७	३२१४८९	१८२२८४२६३	३३८११७६१८	८२७६७७३
५६८	३२२६२४	१८३२५०४३२	३३८३२७५०६	८२८१६७९
५६९	३२३७६१	१८४२२०००९	३३८५३७२०९	८२८६४८३
५७०	३२४९०४	१८५१९३०००	३३८७४६७२८	८२९१३४४
५७१	३२६०४१	१८६१६८४११	३३८९५६०६३	८२९६१९०
५७२	३२७१८४	१८७१४९२४८	३३९१६५२१५	८३०१०३०
५७३	३२८३२८	१८८१३२५१७	३३९३७४१८४	८३०५८६१
५७४	३२९४७६	१८९११९२२४	३३९५८२८७१	८३१०६८४
५७५	३३०६२५	१९०१०८३७५	३३९७९१५४६	८३१५५१७

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
५७६	३३१७७६	१२११०२१७६	२४'०००००००	८'३२०३३५
५७७	३३२८२९	१२२१०००३३७	२४'०२०८२४३	८'३२५१४१
५७८	३३३८८८	१२३१००५५२	२४'०४१६३०६	८'३२९९२४
५७९	३३४९४९	१२४१०४५३९	२४'०६२४१८८	८'३३४७५५
५८०	३३६०००	१२५११२०००	२४'०८३१८९२	८'३३९५५१
५८१	३३७०६१	१२६१२२८४१	२४'१०३८४१६	८'३४४३४१
५८२	३३८१२४	१२७१३७३६८	२४'१२४६७६२	८'३४९१२६
५८३	३३९१८९	१२८१५२२८७	२४'१४५३८२८	८'३५३८०५
५८४	३४०२५६	१२९१७६७०४	२४'१६६०८१८	८'३५८५७८
५८५	३४१३२२	१३०२०१६२५	२४'१८६७७३२	८'३६३४४६
५८६	३४२३८९	१३१२२७०९६	२४'२०७४३६८	८'३६८२०८
५८७	३४३४५६	१३२२५२००३	२४'२२८०८२८	८'३७२९६७
५८८	३४४५२४	१३३२७७४७२	२४'२४८७११३	८'३७७७१८
५८९	३४५५९१	१३४३०३४६८	२४'२६९३२२२	८'३८२४६५
५९०	३४६६६०	१३५३२९०००	२४'२९००१५६	८'३८७२०६
५९१	३४७७२९	१३६३५४०७१	२४'३१०४८१६	८'३९१९४२
५९२	३४८७९८	१३७३७९६८८	२४'३३१०५०१	८'३९६६७३
५९३	३४९८६७	१३८४०५८५७	२४'३५१५८१३	८'४०१३८८
५९४	३५०९३६	१३९४३१९८८	२४'३७२११५२	८'४०६११८
५९५	३५१००५	१४०४५७८७५	२४'३९२६२१८	८'४१०८३३
५९६	३५२०७६	१४१४८३७३६	२४'४१३१११२	८'४१५५४२
५९७	३५३१४७	१४२५०९७७३	२४'४३३६०३५	८'४२०२४६
५९८	३५४२१८	१४३५३५७९२	२४'४५४०७८९	८'४२४९४५
५९९	३५५२८९	१४४५६१८२९	२४'४७४५७६५	८'४२९६४८
६००	३५६३६०	१४५५८७९००	२४'४९५०८७४	८'४३४३२७

११७

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६०१	३६१२०१	२१७०८१८०१	२४.५१५३०१३	८.४३९०१०
६०२	३६२४०४	२१८१६७२०८	२४.५३१६८८३	८.४४३६८८
६०३	३६३६०९	२१९२५६२२७	२४.५४६०५८३	८.४४८३६०
६०४	३६४८१६	२२०३४८०६४	२४.५६१४११५	८.४५८०२८
६०५	३६६०२५	२२१४४५१२५	२४.५८६७४७८	८.४५७६६९
६०६	३६७२३६	२२२५४४०१६	२४.६१७०६७३	८.४६२३४८
६०७	३६८४४९	२२३६४८१४७	२४.६३७३७००	८.४६७०००
६०८	३६९६६४	२२४७५५७१२	२४.६५७६५६०	८.४७१६५७
६०९	३७०८८१	२२५८६६५२९	२४.६७७९२५४	८.४७६२८९
६१०	३७२१००	२२६९७१०००	२४.६९८१७८१	८.४८०९२४
६११	३७३३२१	२२८०८०१३१	२४.७१८४१४२	८.४८५५५८
६१२	३७४५४४	२२९२२०८२८	२४.७३८६३३८	८.४९०१९५
६१३	३७५७६९	२३०३४६३९७	२४.७५८८३६८	८.४९४८०६
६१४	३७६९९६	२३१४७१५४४	२४.७८९०२३४	८.४९९४२३
६१५	३७८२२५	२३२६०८३७५	२४.८०९२०५	८.५०४०३५
६१६	३७९४५६	२३३७४४८९६	२४.८१९३४७३	८.५०८६४२
६१७	३८०६८९	२३४८८५१११	२४.८३९४८४७	८.५१३२४३
६१८	३८१९२४	२३६०२९०३२	२४.८५९६०५८	८.५१७८४०
६१९	३८३१६१	२३७१७६६९९	२४.८७९७१०६	८.५२२४३१
६२०	३८४४००	२३८३२९०००	२४.८९९८१९२	८.५२७०१९
६२१	३८५६४१	२३९४८३०६५	२४.९१९८७१६	८.५३१६०१
६२२	३८६८८४	२४०६४१०८८	२४.९३९९२७८	८.५३६१७१
६२३	३८८१२९	२४१८०४३६७	२४.९५९९६७९	८.५४०७५०
६२४	३८९३७६	२४२९७०६२४	२४.९७९९९२०	८.५४५३१७
६२५	३९०६२५	२४४१४०६२५	२५.०००००००	८.५४९९७९

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६२६	३११८७६	२४५३१४३७६	२५०१९९९२०	८५५४४३७
६२७	३१३१२८	२४६४६१८८३	२५०३८९६८१	८५५८९९०
६२८	३१४३८४	२४७६७३११२	२५०५८९२८२	८५६३५३८
६२९	३१५६४१	२४८८८५८१८	२५०७९८७२४	८५६८०८१
६३०	३१६९००	२५००४७०००	२५०९९८००८	८५७२६१८
६३१	३१८१६१	२५१२३८५८१	२५११९८१३४	८५७७१५२
६३२	३१९४२४	२५२४३५६६८	२५१३९८१०२	८५८१६८१
६३३	४००६८८	२५३६३६१३७	२५१५९८८१३	८५८६२०५
६३४	४०१९५६	२५४८४०१०४	२५१७९८५६६	८५९०७२४
६३५	४०३२२५	२५६०४७८७५	२५१९९८०६३	८५९५२३८
६३६	४०४४९६	२५७२५८४५६	२५२१९८००४	८५९९७४७
६३७	४०५७६९	२५८४७४८५३	२५२३९८५८९	८६०४२५२
६३८	४०७०४४	२५९६८४०७२	२५२५९८६६१९	८६०८७५३
६३९	४०८३२१	२६०८९७११९	२५२७९८४८३	८६१३२४८
६४०	४०९६००	२६२१४४०००	२५२९९८२२१३	८६१७७३८
६४१	४१०८८१	२६३३७७४७२१	२५३१९८०७०८	८६२२२२५
६४२	४१२१६४	२६४६०८२८८	२५३३९७७९८९	८६२६७०६
६४३	४१३४४८	२६५८४७७०७	२५३५९७४४७	८६३११८३
६४४	४१४७३६	२६७०८९८८४	२५३७९७५५१	८६३५६५५
६४५	४१६०२५	२६८३३६१२५	२५३९९८५०२	८६४०१२३
६४६	४१७३१६	२६९५८६१३६	२५४१९८५३०१	८६४४५८५
६४७	४१८६०८	२७०८४००२७	२५४३९८४८७	८६४९०४४
६४८	४१९८९४	२७२०८७७८२	२५४५९८४४१	८६५३४९७
६४९	४२११८१	२७३३४८४४९	२५४७९८४७४	८६५७९४६
६५०	४२२४००	२७४६२५०००	२५४९९८०२६	८६६२३९१

વર્ગ, ઘન, આણિમૂલ.

સંખ્યા	વર્ગ	ઘન	વર્ગમૂલ	ઘનમૂલ
૬૭૬	૪૫૬૯૭૬	૩૦૮૯૧૫૭૭૬	૨૬૦૦૦૦૦૦૦૦	૮.૭૭૬૩૮૩
૬૭૭	૪૬૮૩૨૮	૩૧૦૨૮૮૭૩૩	૨૬૦૧૯૨૨૩૭	૮.૭૮૦૭૦૮
૬૭૮	૪૭૯૬૮૪	૩૧૧૬૬૫૭૫૨	૨૬૦૩૮૪૩૩૧	૮.૭૮૫૦૨૯
૬૭૯	૪૯૧૦૪૧	૩૧૩૦૪૬૮૩૯	૨૬૦૫૭૬૨૮૪	૮.૭૮૯૩૪૬
૬૮૦	૪૯૨૪૦૦	૩૧૪૪૩૦૦૦૦	૨૬૦૭૬૮૦૯૬	૮.૭૯૩૬૫૯
૬૮૧	૪૯૩૭૬૧	૩૧૫૮૨૧૨૪૧	૨૬૦૯૫૯૭૬૭	૮.૭૯૭૯૬૮
૬૮૨	૪૯૫૧૨૪	૩૧૭૨૧૪૫૬૮	૨૬૧૧૫૧૨૯૭	૮.૮૦૨૨૭૨
૬૮૩	૪૯૬૪૮૮	૩૧૮૬૧૧૯૮૭	૨૬૧૩૪૩૬૬૭	૮.૮૦૬૫૭૨
૬૮૪	૪૯૭૮૫૬	૩૨૦૦૧૩૫૦૪	૨૬૧૫૩૩૯૩૭	૮.૮૧૦૮૬૮
૬૮૫	૪૯૯૨૨૫	૩૨૧૪૧૯૧૨૫	૨૬૧૭૨૫૦૪૭	૮.૮૧૫૧૬૦
૬૮૬	૪૯૦૫૯૬	૩૨૨૮૨૮૮૫૬	૨૬૧૯૧૬૦૧૭	૮.૮૧૯૪૪૭
૬૮૭	૪૯૧૯૬૧	૩૨૪૨૪૨૭૦૩	૨૬૨૧૦૬૮૪૮	૮.૮૨૩૭૩૧
૬૮૮	૪૯૩૩૪૪	૩૨૫૬૬૦૬૭૨	૨૬૨૨૯૭૫૪૧	૮.૮૨૮૦૦૯
૬૮૯	૪૯૪૭૨૧	૩૨૭૦૮૨૭૬૯	૨૬૨૪૮૮૦૯૫	૮.૮૩૨૨૮૫
૬૯૦	૪૯૬૧૦૦	૩૨૮૫૦૯૦૦૦	૨૬૨૬૭૮૫૧૧	૮.૮૩૬૫૫૬
૬૯૧	૪૯૭૪૮૧	૩૨૯૯૨૯૭૭૧	૨૬૨૮૬૮૭૮૯	૮.૮૪૦૮૨૩
૬૯૨	૪૯૮૮૬૪	૩૩૧૩૫૩૮૮૮	૨૬૩૦૫૯૯૨૨	૮.૮૪૫૦૮૫
૬૯૩	૪૯૦૨૪૯	૩૩૨૮૧૨૫૫૭	૨૬૩૨૪૮૯૩૨	૮.૮૪૯૩૪૪
૬૯૪	૪૯૧૬૨૬	૩૩૪૨૫૫૩૮૪	૨૬૩૪૩૮૭૮૭	૮.૮૫૩૬૯૮
૬૯૫	૪૯૩૦૨૫	૩૩૫૭૦૨૩૭૫	૨૬૩૬૨૮૫૨૭	૮.૮૫૭૮૪૯
૬૯૬	૪૯૪૪૧૬	૩૩૭૧૫૩૫૩૬	૨૬૩૮૧૮૧૧૯	૮.૮૬૨૦૯૫
૬૯૭	૪૯૫૮૦૯	૩૩૮૬૦૮૮૭૩	૨૬૪૦૦૭૫૭૬	૮.૮૬૬૩૩૭
૬૯૮	૪૯૭૧૯૪	૩૪૦૦૬૬૩૯૨	૨૬૪૧૯૬૮૯૬	૮.૮૭૦૫૭૬
૬૯૯	૪૯૮૫૮૧	૩૪૧૫૩૨૦૯૯	૨૬૪૩૮૬૦૮૧	૮.૮૭૪૮૧૦
૭૦૦	૪૯૦૦૦૦	૩૪૩૦૦૦૦૦૦	૨૬૪૫૭૫૧૩૧	૮.૮૭૯૦૪૦

वर्ग, घन, आणि मूल.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूल	घनमूल
७२६	५२७०७६	३८२६५७१७६	२६८४४३८७२	८८८७६३७
७२७	५२८५२९	३८४२४०६८३	२६८४२९३७५	८८८९७६२
७२८	५२९९८४	३८५८२८३९२	२६८४१४७५१	८८९१८८३
७२९	५३१४४९	३८७४२०४८९	२६८४००००००	८८९४०००
७३०	५३२९००	३८९०१७०००	२६८३८५९२२	८८९६११३
७३१	५३४३६१	३९०६१७८९९	२६८३७०९११७	८८९८२२३
७३२	५३५८२४	३९२२२३९६८	२६८३५४८८५	८९००३३८
७३३	५३७२८९	३९३८३००३७	२६८३३९७२७	८९०२४४९
७३४	५३८७५६	३९५४४६१०४	२६८३२४६४४	८९०४५६०
७३५	५४०२२५	३९७०६५३७९	२६८३०९८३४	८९०६६७१
७३६	५४१६८६	३९८६८८२५६	२६८२९५१८२	८९०८७८२
७३७	५४३१६८	४००३१५५५३	२६८२८०७४३८	८९१०८९३
७३८	५४४६४४	४०१९४७२७२	२६८२६६१५५४	८९१३००४
७३९	५४६१२१	४०३५८३४९८	२६८२५१५५४४	८९१५११५
७४०	५४७६००	४०५२२४०००	२६८२३६४१०	८९१७२२६
७४१	५४९०८९	४०६८६८०२१	२६८२२१३१५२	८९१९३३७
७४२	५५०५६४	४०८५१८०४८	२६८२०६२७६८	८९२१४४८
७४३	५५२०४८	४१०१७२४०७	२६८१९११८६३	८९२३५५९
७४४	५५३५२९	४११८३०७८४	२६८१७६०८३४	८९२५६७०
७४५	५५५०१६	४१३४८८३६२५	२६८१६०९८८९	८९२७७८१
७४६	५५६५१६	४१५१६०८३६६	२६८१४५९००६	८९२९८९२
७४७	५५८००८	४१६८३२७२३	२६८१३०८००७	८९३२००३
७४८	५५९५०४	४१८५०८८८२	२६८११५७८८७	८९३४११४
७४९	५६१००९	४२०१८००००	२६८१००७८४४	८९३६२२५
७५०	५६२५००	४२१८०००००	२६८०८५७२७८	८९३८३३६

ବର୍ଗ, ଘନ, ଆମିଟ୍ଟ.

କ୍ରମ	ବର୍ଗ	ଘନ	ବର୍ଗମୂଳ	ଘନମୂଳ
୭୭୫	୮୧୨୭୬୯	୫୩୦୨୯୧୭୬୯	୯୦୬.୫୩୭୭୬୯	୯୦୬.୫୩୭
୭୭୬	୮୦୩୭୮୧	୫୨୯୧୭୮୩୭୮	୯୦୫.୬୩୭୮୩୭	୯୦୫.୬୩୭୮୩୭
୭୭୭	୮୦୪୮୦୨	୫୨୮୦୮୦୮୦୨	୯୦୪.୮୦୮୦୮୦୨	୯୦୪.୮୦୮୦୮୦୨
୭୭୮	୮୦୫୮୨୩	୫୨୭୦୦୦୫୮୨୩	୯୦୩.୮୦୮୨୩୩	୯୦୩.୮୦୮୨୩୩
୭୭୯	୮୦୬୮୪୪	୫୨୬୦୦୦୮୪୪	୯୦୨.୮୦୮୪୪୪	୯୦୨.୮୦୮୪୪୪
୭୮୦	୮୦୭୮୬୫	୫୨୫୦୦୦୮୬୫	୯୦୧.୮୦୮୬୫୫	୯୦୧.୮୦୮୬୫୫
୭୮୧	୮୦୮୮୮୬	୫୨୪୦୦୦୮୮୬	୯୦୦.୮୦୮୮୬୬	୯୦୦.୮୦୮୮୬୬
୭୮୨	୮୦୯୯୦୭	୫୨୩୦୦୦୯୦୭	୮୯୯.୮୦୯୦୭୭	୮୯୯.୮୦୯୦୭୭
୭୮୩	୮୧୦୯୨୮	୫୨୨୦୦୦୯୨୮	୮୯୮.୮୧୦୯୨୮୮	୮୯୮.୮୧୦୯୨୮୮
୭୮୪	୮୧୧୯୪୯	୫୨୧୦୦୦୯୪୯	୮୯୭.୮୧୧୯୪୯୭	୮୯୭.୮୧୧୯୪୯୭
୭୮୫	୮୧୨୯୭୦	୫୨୦୦୦୦୯୭୦	୮୯୬.୮୧୨୯୭୦୦	୮୯୬.୮୧୨୯୭୦୦
୭୮୬	୮୧୩୯୯୧	୫୧୯୦୦୦୯୯୧	୮୯୫.୮୧୩୯୯୧୧	୮୯୫.୮୧୩୯୯୧୧
୭୮୭	୮୧୪୦୧୨	୫୧୮୦୦୦୯୯୨	୮୯୪.୮୧୪୦୧୨୨	୮୯୪.୮୧୪୦୧୨୨
୭୮୮	୮୧୫୦୩୩	୫୧୭୦୦୦୯୯୩	୮୯୩.୮୧୫୦୩୩୩	୮୯୩.୮୧୫୦୩୩୩
୭୮୯	୮୧୬୦୫୪	୫୧୬୦୦୦୯୯୪	୮୯୨.୮୧୬୦୫୪୪	୮୯୨.୮୧୬୦୫୪୪
୭୯୦	୮୧୭୦୭୫	୫୧୫୦୦୦୯୯୫	୮୯୧.୮୧୭୦୭୫୫	୮୯୧.୮୧୭୦୭୫୫
୭୯୧	୮୧୮୦୯୬	୫୧୪୦୦୦୯୯୬	୮୯୦.୮୧୮୦୯୬୬	୮୯୦.୮୧୮୦୯୬୬
୭୯୨	୮୧୯୧୧୭	୫୧୩୦୦୦୯୯୭	୮୮୯.୮୧୯୧୧୭୭	୮୮୯.୮୧୯୧୧୭୭
୭୯୩	୮୧୯୧୩୮	୫୧୨୦୦୦୯୯୮	୮୮୮.୮୧୯୧୩୮୮	୮୮୮.୮୧୯୧୩୮୮
୭୯୪	୮୧୯୧୫୯	୫୧୧୦୦୦୯୯୯	୮୮୭.୮୧୯୧୫୯୯	୮୮୭.୮୧୯୧୫୯୯
୭୯୫	୮୧୯୧୮୦	୫୧୦୦୦୦୯୯୮	୮୮୬.୮୧୯୧୮୦୦	୮୮୬.୮୧୯୧୮୦୦
୭୯୬	୮୧୯୨୦୧	୫୦୯୦୦୦୯୯୭	୮୮୫.୮୧୯୨୦୧୧	୮୮୫.୮୧୯୨୦୧୧
୭୯୭	୮୧୯୨୨୨	୫୦୮୦୦୦୯୯୬	୮୮୪.୮୧୯୨୨୨୨	୮୮୪.୮୧୯୨୨୨୨
୭୯୮	୮୧୯୨୪୩	୫୦୭୦୦୦୯୯୫	୮୮୩.୮୧୯୨୪୩୩	୮୮୩.୮୧୯୨୪୩୩
୭୯୯	୮୧୯୨୬୪	୫୦୬୦୦୦୯୯୪	୮୮୨.୮୧୯୨୬୪୪	୮୮୨.୮୧୯୨୬୪୪
୮୦୦	୮୧୯୨୮୫	୫୦୫୦୦୦୯୯୩	୮୮୧.୮୧୯୨୮୫୫	୮୮୧.୮୧୯୨୮୫୫

१२६

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८२६	६८३२७६	५६३५५८८७६	२८०४०२९५७	९३८२६७५
८२७	६८३८२८	५६५६०८२८३	२८०४५७६०७७	९३८६४६०
८२८	६८५५८४	५६७६६७५५२	२८०५०४८८८९	९३९०२४२
८२९	६८७२४९	५६९७२२७८८	२८०५५२३६०९	९३९४०२०
८३०	६८८९००	५७१७८७०००	२८०६००८३०६	९३९७८८६
८३१	६९०५६१	५७३८५६९८९	२८०६४७०७०६	९४०१५६८
८३२	६९२२२४	५७५९२७०३६८	२८०६९४४१०२	९४०५३७८
८३३	६९३८८८	५७८००८५७७	२८०७४१७३९४	९४०९१०५
८३४	६९५५५६	५८००८३७०४	२८०७८९०५८२	९४१२८६८
८३५	६९७२२५	५८२१८२८७५	२८०८३६३६६६	९४१६६३०
८३६	६९८८८६	५८४२७७०५६	२८०८८३६६४६	९४२०३८७
८३७	७००५६८	५८६३७६२५३	२८०९३०८५२३	९४२४१४२
८३८	७०२२४४	५८८४८०४७२	२८०९७८२२९७	९४२७८८४
८३९	७०३९२१	५९०५८८७७८	२८१०२५४८६७	९४३१६४२
८४०	७०५६००	५९२७०४०००	२८१०७२७५७५	९४३५३८८
८४१	७०७२८१	५९४८२७३२१	२८११२०००००	९४३९१३९
८४२	७०८९६४	५९६९४७६८८	२८११६७६८६६	९४४२८७०
८४३	७१०६४८	५९९०७७१०७	२८१२१४४६२३	९४४६६०७
८४४	७१२३३६	६०१२११५८४	२८१२६१६७८१	९४५०३४१
८४५	७१४०२५	६०३३५११२५	२८१३०८८८३७	९४५४०७२
८४६	७१५७१६	६०५४९१७३६	२८१३५६०७८९	९४५७८००
८४७	७१७४०८	६०७६४५४२३	२८१४०३२६४४	९४६१५२५
८४८	७१९१०४	६०९८००१८२	२८१४५०४३८६	९४६५२४७
८४९	७२०८०१	६११९६००४९	२८१४९७६०४६	९४६८९६६
८५०	७२२५००	६१४१२५०००	२८१५४४७५८५	९४७२६८२

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८५१	७२४२०१	६१६२८५०५१	२६९७१९०४३	८५७६३८५
८५२	७२५८०४	६१८४७०२०८	२६९८९०३९०	८५८०१०६
८५३	७२७६०९	६२०६५०४७७	२६९०६१६३५	८५८३८१३
८५४	७२९३१६	६२२८३५८६४	२६९२३२७८४	८५८७५१८
८५५	७३१०२५	६२५०२६३७५	२६९४०३८३०	८५९१२२०
८५६	७३२७३६	६२७२१२०१६	२६९५७४७७७	८५९४८१९
८५७	७३४४४९	६२९४०२६८३	२६९७४५६९३	८५९८६१५
८५८	७३६१६४	६३१५९३७१२	२६९९१६६७०	८६०२३०८
८५९	७३७८८१	६३३७८३८७७	२६९०८७०१८	८६०५९८८
८६०	७३९६००	६३५९७५०००	२६९२५७५६६	८६०९६८५
८६१	७४१३२१	६३८१७७३०१	२६९४२८०१५	८६१३३७०
८६२	७४३०४४	६४०५०३८२८	२६९५९८३६५	८६१७०५१
८६३	७४४७६९	६४२७०९६४७	२६९७६८६१६	८६१०७३०
८६४	७४६४९६	६४४९१७२५४४	२६९९३९७६९	८६१४४०६
८६५	७४८२२५	६४७१२४६२५	२६९१०८८२३	८६१८०७९
८६६	७४९९५६	६४९३३६१८९६	२६९२७९८७७	८६१९७४९
८६७	७५१६८९	६५१५४७३६३	२६९४४८६३७	८६२३४१७
८६८	७५३४२४	६५३८७२०३२	२६९६१९३९७	८६२७०८२
८६९	७५५१६१	६५६१८३४९९	२६९७९००५८	८६२९७४४
८७०	७५६९००	६५८५०३०००	२६९९६०७२४	८६३३४०३
८७१	७५८६४१	६६०७७६३११	२६९१३१०९१	८६३७०५९
८७२	७६०३८४	६६३०९४८८८	२६९३०२६६३	८६४०७१२
८७३	७६२१२९	६६५३३८६१५	२६९४७३३७४	८६४४३६३
८७४	७६३८७६	६६७६७७६२४	२६९६४४०९०	८६४८०११
८७५	७६५६२५	६६९९२१८७५	२६९८१४८०८	८६५१६६५६

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
८७६	७६ ७७ ७६	६७ २२ २१ ७७ ६	२८ ५६ ७२ ८७ २	८ ५ ६८ २८ ८
८७७	७६ ८१ २८	६७ ४ ५ २ ५ १ ७ ७	२८ ६१ ४१ ८ ५ ८	८ ५ ७१ ८७ ८
८७८	७७ ० ८ ८ ४	६७ ६ ८ ७ ५ १ ५ २	२८ ६७ १ ० ६ ४ ८	८ ५ ७५ ५७ ४
८७९	७७ २ ६ ४ १	६७ ८ १ ५ १ ४ ७ २	२८ ६४ ७ ८ ७ २ ५	८ ५ ७ ८ २ ० ८
८८०	७७ ४ ४ ० ०	६८ १ ४ ६ २ ० ० ०	२८ ६६ ४ ७ ८ ७ २	८ ५ ८ २ ८ ४ ०
८८१	७७ ६ १ ६ १	६८ ३ ७ ८ ७ ८ ४ १	२८ ६८ १ ६ ४ ४ २	८ ५ ८ ६ ४ ६ ८
८८२	७७ ७ ८ २ ४	६८ ६ १ २ ८ ८ ६ ८	२८ ६८ ८ ४ ८ ४ ८	८ ५ ८ ० ० ८ ४
८८३	७७ ८ ६ ८ ८	६८ ८ ४ ६ ५ ७ ८ ७	२८ ७ १ ५ ७ १ ५ २	८ ५ ८ ३ ७ १ ६
८८४	७८ १ ४ ५ ६	६८ ० ८ ० ७ १ ० ४	२८ ७ ७ २ १ ७ ७ ५	८ ५ ८ ७ ७ ७ ७
८८५	७८ ३ २ २ ५	६८ ३ १ ५ ४ १ २ ५	२८ ७ ७ ८ ६ ४ ८ ६	८ ६ ० ० ८ ५ ५
८८६	७८ ४ ८ ८ ६	६८ ५ ५ ० ६ ४ १ ६	२८ ७ ८ २ ७ ७ ५ २ १	८ ६ ० ४ ५ ७ ०
८८७	७८ ६ ७ ६ ८	६८ ७ ८ ६ ४ १ ० ३	२८ ७ ८ ९ ५ ४ ५ २	८ ६ ० ८ १ ८ २
८८८	७८ ८ ५ ४ ४	७० ० २ २ ७ ० ७ २	२८ ७ ८ ८ ७ २ ८ ८	८ ६ १ १ ७ ८ १
८८९	७९ ० ३ २ १	७० २ ५ ८ ५ ७ ६ ८	२८ ८ १ ६ १ ० ३ ०	८ ६ १ ५ ७ ८ ८
८९०	७९ २ १ ० ०	७० ४ ८ ६ ८ ० ० ०	२८ ८ ३ २ ८ ६ ७ ८	८ ६ १ ८ ० ० २
८९१	७९ ३ ८ ८ १	७० ७ ३ ४ ७ ८ ७ १	२८ ८ ४ ९ ६ २ ७ १	८ ६ २ २ ६ ० ३
८९२	७९ ५ ६ ८ ३	७० ९ ७ ७ २ २ ८ ८	२८ ८ ६ ६ ३ ६ ८ ०	८ ६ २ ६ २ ० १
८९३	७९ ७ ४ ४ ८	७१ २ १ २ १ ८ ५ ७	२८ ८ ८ ७ १ ० ५ ६	८ ६ २ ८ ७ ८ ७
८९४	७९ ८ २ ३ ६	७१ ४ ५ १ ६ ८ ८ ४	२८ ८ ८ ८ ८ ३ २ ८	८ ६ ३ ३ ७ ८ ०
८९५	८० १ ० २ ५	७१ ६ ८ १ ७ ७ ७ ५	२८ ८ १ ६ ५ ५ ० ६	८ ६ ३ ६ ८ ८ १
८९६	८० २ ८ १ ६	७१ ९ २ ३ १ ७ ६	२८ ८ ३ ३ २ ९ ८ १	८ ६ ४ ० ५ ६ ८
८९७	८० ४ ६ ० ८	७२ १ ७ ७ ४ २ ७ ७	२८ ८ ४ ८ ८ ५ ८ ३	८ ६ ४ ४ १ ५ ७
८९८	८० ६ ४ ० ४	७२ ४ १ ५ ० ७ ८ १	२८ ८ ६ ६ ६ ४ ८ १	८ ६ ४ ७ ७ ७ ७
८९९	८० ८ २ ० १	७२ ६ ५ ७ २ ६ ८ २	२८ ८ ८ ७ ७ २ ८ ७	८ ६ ५ १ ७ १ ६
९००	८१ ० ० ० ०	७२ ८ ० ० ० ० ० ०	३० ० ० ० ० ० ० ०	८ ६ ५ ४ ८ ८ ४

वर्ग, घन, आणि मुक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमुक	घनमुक
९०१	८११८०१	७३१४३२७०१	३०००१६६२०	९०६४८४६८
९०२	८१३६०४	७३३८७०८०८	३०००३३०१८८	९०६४२०४०
९०३	८१५४०८	७३६३१४३२०	३०००४९२५८४	९०६३५६००
९०४	८१७२१६	७३८७६३२६४	३०००६५५९२८	९०६२९१७६
९०५	८१९०२५	७४१२१७६२५	३०००८२२१७९	९०६२३०४०
९०६	८२०८३६	७४३६७७७४९	३०००९८७३३९	९०६१६७०३
९०७	८२२६४९	७४६१४२६४३	३००११५६१०७	९०६१०८६०
९०८	८२४४६४	७४८६१७७१३	३००१३२३८८३	९०६०४४१६
९०९	८२६२८१	७५१०८९४२९	३००१४९१२१९	९०६००६७०
९१०	८२८१००	७५३५७१०००	३००१६५२०६३	९०५९६२११
९११	८२९९२१	७५६०५८०३१	३००१८२०७६५	९०५९२४०६
९१२	८३१७४४	७५८५५०४२८	३००१९८७७७	९०५८८६१५
९१३	८३३५६९	७६१०४८४६७	३००२१५०८९९	९०५८४७५८
९१४	८३५३९६	७६३५५१९४४	३००२३१८३२९	९०५८०८९९
९१५	८३७२२१	७६६०६०८७५	३००२४८१६६९	९०५७६९७७
९१६	८३९०४८	७६८५७५२९६	३००२६५४९१९	९०५७३०७२
९१७	८४०८८९	७७१०८५२१३	३००२८२००७९	९०५६९१०५
९१८	८४२७२४	७७३५२०६७२	३००२९८५१४८	९०५६५१७५
९१९	८४४५६१	७७६०१५१५५९	३००३१५०१२८	९०५६१३६३
९२०	८४६४००	७७८५२८०००	३००३३१५०१८	९०५५७४८८
९२१	८४८२४१	७८१०२८९६१	३००३४८०८१८	९०५५३६११
९२२	८५००८४	७८३५७७४४८	३००३६४४५२९	९०५४९७३१
९२३	८५१९२९	७८६०७०४६७	३००३८०९१५१	९०५४६४४८
९२४	८५३७७६	७८८५८२०२४	३००३९७३६६३	९०५४२९६३
९२५	८५५६२५	७९१०८५१२५	३००४१३८१३३	९०५३९४७६

১৫৩	১০৩৩০০	১৫৭৫৩৩৭৬৬	৩০৫৬০৬২৫৭	১০৫৫০৬৭৩
১৫৪	১০৩৭৭৫	১৫৮২৫০৬৫৩	৩০৫৫৫৫০০৪	১০৫৫৭৩৫৬
১৫৫	১০৩৭৩৭	১৫৮২৫৩৫৬৫	৩০৫৫৩০৬৫৩	১০৫৫৬৫১০
১৫৬	১০৩৭৩৭	১৫৮৩৬২২৫৭৫	৩০৫৫২২৪১৫	১০৫৫৭৭২৫
১৫৭	১০৩৮৫৩	১৫৮৫৫৬৬৪৭৩	৩০৫৩৭৪৭৫৬	১০৫৫৬৫৫২
১৫৮	১০৩৮৫৩	১৫৮২৭৬৫৭২	৩০৫৭৭৭৬৭৭	১০৫৬০০২৩
১৫৯	১০৩৮৫৭	১৫৭২৬৪০৬৫	৩০৫৬৬০৭৭৭	১০৫৭৭৪২২
১৬০	১০৩৯০০	১৫৮৬৩৫০০০	৩০৫৫৩৫৫৫	১০৫৫৫৫৪৫
১৬১	১০৩৯২৭	১৫৮৬০৩৫৫৭	৩০৫০০০০০০	১০৫৫৫২৫২
১৬২	১০৪৫৪৪	১৫৮০২৬৬৭২৫	৩০৫০৭৫৭২৪৫	১০৫৬৭৫১৫
১৬৩	১০৪৬৩৫	১৫৮০৭৫৬৩৮৬	৩০৫০৩২২৪৭৩	১০৫৬৫৭৭৩
১৬৪	১০৪৭১৫	১৫৮৫৮৪৭৩৪৪	৩০৫০৪৫৩৪১৫	১০৫৬৫০৩০
১৬৫	১০৪৭২৭	১৫৮৫৮৩৩৭৭৫	৩০৫০৪৪৪৪৫৭	১০৫৬৫১৫৬
১৬৬	১০৪৭৩৭	১০৭৪২৫৫৫৫	৩০৫০৫০৭৪০৫	১০৫৬৫৩৬৬
১৬৭	১০৪৭০৫	১০৪২৩৭০৫৩	৩০৫০৫৫৫২৩৫	১০৫৬৫০২৬
১৬৮	১০৪৭০২৪	১০৬০৩৫২৩২	৩০৫০৭৭২৫৫৫৪	১০৫৬২৭৬৭
১৬৯	১০৫৫৫৭	১০৫৫৫৩২০৫	৩০৫০৭২৫৩৫৪৫	১০৫৬৫৭৬০
১৭০	১০৫০১০০	১০৭২৫৬৩০০৫	৩০৫০৭৪৫৫২৩০	১০৫৬৫৫৫৩
১৭১	১০৫২৫৭	১০৭৫৫৫৫৭৭	৩০৫০৭৫০৬২৫	১০৫৬২৩৫৩
১৭২	১০৫৪৩৫	১০৮৩৩০০৪৫	৩০৫০৬৫৫৭৪৫	১০৫৬০০৫৩
১৭৩	১০৫৬৩২৫	১০৭৭৫৬৩৭০	৩০৫০৫২৫৪৬৫	১০৫৬০৭৬৫
১৭৪	১০৫৫১৫	১০৮৫০৭০৪২৫	৩০৫০৫৫৫৩৩৭	১০৫৬০৭৬৭
১৭৫	১০৫৫২৫	১০৮৫৫৫৩০০	৩০৫০৩৫০০০	১০৫৬০৫২৩

[illegible]

एकपरीक्षण दोन संख्यांचे वजाबाकीवर विचारण आहे, त्यास गणितसंबंधि ह्मणतात, आणि दोन संख्यांचे वजाबाकीस उत्तर ह्मणतात. दुसरे परीक्षण त्यांचे भागाकारावर विचारण आहे, त्यास भूमिति संबंधि ह्मणतात, आणि भागाकारास गुणोत्तर ह्मणतात. जसें ६ आणि ३ या दोन संख्यांतील वजाबाकी अथवा उत्तर $6-3=3$ आहे, परंतु गुणोत्तर $\frac{6}{3}=2$ आहे.

कोणतेही परीक्षण करायास संख्या दोन पाहिजेत: जी संख्या परीक्ष्य आहे तीस प्रथम लिहून अग्रसर ह्मणतात, आणि ज्यास त्वेरीं प्रथम परीक्षिली त्या संख्येस पुढें लिहून उपाग्रसर ह्मणतात. जसें वरचे दोन संख्यांतील ६ अग्रसर, आणि ३ उपाग्रसर आहे.

जर संख्यांचीं दोन किंवा अधिक युग्मे आहेत, आणि त्यांचें उत्तर अथवा गुणोत्तर सम आहे, तेव्हां त्या समतेस प्रमाण ह्मणतात, आणि उत्तर व गुणोत्तर यांचे पदांस प्रमाणपदे ह्मणतात. जसें हीं दोन युग्मे, ४, २ आणि ८, ६, हीं गणित प्रमाणपदे आहेत, कारण, $4-2=8-6=2$; आणि हीं दोन युग्मे, ४, २, आणि ६, ३, हीं भूमिति प्रमाणपदे आहेत, कारण, $\frac{4}{2}=\frac{6}{3}=2$.



संख्या भूमितिप्रमाणांत आहेत असें दाखवाया करितां
प्रत्येक युग्मांत दोनपदांमध्ये उभे दोन बिंदुकरितात, आणि प्रत्ये
क युग्मांमध्ये चारबिंदु देतात, जसें ४, २, ६, ३, हीं चारपदे
या प्रमाणें विहितात.

४:२::६:३, यांत अर्थ हाच आहे कीं ४ ही संख्या २ या संख्येस
आहे, जसें ६ ही संख्या ३ या संख्येस आहे. अथवा या प्रमाणें
४:२=६:३, अथवा या प्रमाणें $\frac{४}{२} = \frac{६}{३}$, या दोहोंमध्ये अर्थ हाच
आहे कीं ४ आणि २ यांचें गुणोत्तर ६ आणि ३ यांचे गुणोत्तराशीं
सम आहे.

प्रमाण दोन प्रकारचें आहे, खंड आणि अखंड. जेव्हां एक
युग्माचा अग्रसर आणि त्याचे जवळचे दुसरे युग्माचा अग्रस
त यांचें उत्तर किंवा गुणोत्तर सर्वयुग्मांचे साधारण उत्तराशीं किंवा
तसेंच गुणोत्तराशीं सम नाही, तेव्हां तें खंड प्रमाण झालें. जसें ४, २, ६, ३
हें खंडगणित प्रमाण आहे, कारण, ४-२=८-६=२, परंतु
४-२=६:३ आणि ४, २, ६, ३, हें खंड भूमितिप्रमाण आहे, कारण,
 $\frac{४}{२} = \frac{६}{३} = २$, परंतु $\frac{६}{३} = २$ हें गुणोत्तराशीं सम नाही.

परंतु जेव्हां उत्तरोत्तर अनुक्रमें जवळजवळचे दोन दो
नपदांचें उत्तर किंवा गुणोत्तर सम आहे, तेव्हां अशा प्रमाणास
अखंड गणनात, आणि संख्या स्वतां अखंडप्रमाणपदांची श्रेढी

भूमितिश्रेढी आहे, कारण, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15} = 2$, हे सर्वोच्च गुणात्तर सम आहे.

जेव्हा प्रमाणपदे एकापुढे एक चढती आहेत. तेव्हा चढती श्रेढी म्हणतात. जेव्हा तीच पदे एकापुढे एक उतरती आहेत तेव्हा उतरती श्रेढी म्हणतात.

जसे, ०, १, २, ३, ४, इत्यादि, चढती गणितश्रेढी आहे. परंतु, ९, ७, ५, ३, १, इत्यादि, उतरती गणितश्रेढी आहे.

आणि १, २, ४, ८, १६, इत्यादि, चढती भूमितिश्रेढी आहे. परंतु, १६, ८, ४, २, १, इत्यादि, उतरती भूमितिश्रेढी आहे,

गणितप्रमाण आणि श्रेढी.

गणितश्रेढीमध्ये सर्व संख्यांचे अथवा पदांचे उत्तर एकच आहे आणि गणितश्रेढीचे प्रथम आणि शेवट या दोन पदांस अनुक्रमेण आदि आणि अंत म्हणतात; आणि त्यांचे आंतील राहिले सर्व पदांस मध्य म्हणतात. गणित प्रमाणाचा जो अति उपयोगी अंश आहे तो याचढील सिद्धांतांत लिहिला आहे.



प्रथम सिद्धांत. जेकां चार अवयवी गणित प्रमाणांत आ
हेत, तेकां आद्यंतांची बेरीज दोन मध्यपदांचे बेरिजेचें बरोबर आहे.
जसें याचो होंत, २, ४, ६, ८, एथें $२ + ८ = ४ + ६ = १०$.

दुसरा सिद्धांत. कोणतेही अखंड गणित श्रेढी मध्ये आद्यं
तांची बेरीज दोन मध्यपदांचे बेरिजेचें बरोबर आहे, जीं मध्यपदे आ
द्यंतांपासून समान अंतरात आहेंत, अथवा श्रेढी विषमपद असल्या
सममध्यपदांचे दुपटी बरोबर आहे. जसें, यापदांत १, २, ५, एथें
 $१ + ५ = २ + २ = ४$.

आणि या श्रेढींत २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, एथें $२ + १४ = ४ +$
 $१२ = ६ + १० = ८ + ८ = १६$.

तिसरा सिद्धांत. कोणतेही गणित श्रेढीतील आद्यंतांची व
जाबाकी त्याच श्रेढीचें उत्तर एकोन गळानें गुणिलें त्या गुणाकारा
चें बरोबर आहे. जसें, या दहा पदांत २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, १८,
२०; यांचें उत्तर २, आणि एकोन गळ ९ आहे; तेकां आद्यंतांची
वजाबाकी ह्मणजे $२० - २ = १८$, आणि ही $२ \times ९ = १८$.

याजकरितां, अतिमोठें पद, एकोन गळानें गुणिलें उत्तर आ
णि अति लाहान पद यांचे बेरिजे बरोबर आहे.

चौथा सिद्धांत. कोणतेही गणित श्रेढीचें सर्वधन, आद्यंतां
ची बेरीज गुणिली गळानें आणि तो गुणाकार भागिला दोहोंनीं याचे

सांगितले श्रेढीची सर्वपद सरळ रीतीने अनुक्रम एक ओळीत लिहून पुनः तीचपदे व्युत्क्रमरीतीने पदगुदाहीनपद अशीं दुसरे ओळीत लिहून त्या दोन ओळींमधील सर्वपदांच्या बेगाळाल्यावे रिजा घ्याव्या, अशांने हे स्पष्ट होतें. जसें,

या श्रेढीमध्ये १, ३, ५, ७, ९, ११, १३, १५;

व्युत्क्रमानें १५, १३, ११, ९, ७, ५, ३, १;

यांच्या बेरिजा $१६+१६+१६+१६+१६+१६+१६+१६$; ही बेरीज वरचे एक श्रेढीचे सर्वधनाचे दुपट आहेच.

अथवा आद्यंतांची बेरीज श्रेढीचे पदमंज्या देव्या व्याधी.

या सिद्धांतापासून आदि, अंत, गळ, उत्तर, आणि सर्वधन, या पांच अवयवांतून कोणतेही तीन सांगितले असतां बाकीचे दोन निघतील, असें पुढील ह्यांत.

प्रथमकृत्य.

आदि, अंत, आणि गळ, हे तीन सांगितले असतां, यांमार्फत सर्वधन काढावयाचें.

आदि अंतांची बेरीज व्याधी, आणि ती गळानें गुणावी, तें



तर तो गुणाकार दोहोंनीं भागावा, जो भागाकार येईल तें सर्वधन सा
लें.

उदाहरणें.

प्रथम, आदि ३, अंन १९, आणि गळ ९; यांपासून सर्वधन
काय होईल?

$$\begin{array}{r} १९ \\ ३ \\ \hline २२ \\ ९ \\ \hline २) १९८ \\ \hline ९९ \text{ हें उत्तर.} \end{array}$$

अथवा $\frac{१९+३}{२} \times ९ = \frac{२२}{२} \times ९ = ११ \times ९ = ९९$ सर्वधन हें
पूर्व उत्तरा बरोबर आहे.

दुसरें, चव्हाळांत बारा अवरामध्यें इंग्रेजीरीती प्रमाणें कि
ती टोले वाजतात तें सांग.

उत्तर, ७८ टोले.

तिसरें, विलायतेंत विनीसनामें गांव आहे, तेथें एकापासून
चोवीस अवर वाजतात, दिवसरात्र मिळून त्या चव्हाळांत चोवीस
अवरांत किती टोले वाजतात तें सांग.

उत्तर, ३०० टोले.

चवथें, कोणे गृहस्थास कर्ज आहे, त्यास इंग्रेजी विलायती

या प्रमाणे दिल्यास तो गृहस्थ एकवर्षांत कर्ज बुक्त होता, तद्वा आर
भी संगळें कर्ज किती रुपये तें सांग.

उत्तर, २७०४ रुपये कर्ज.

दुसरें कृत्य.

आदिअंत आणि गळ हे तीन सांगितले अस्तां, यांपासून
उत्तर काढावयाचें.

अतिमोठे शेवटपदांतून अतिलहानपद वजा करावें, आ
णि बाकी राहिल ती एकोन गळानें भागावी, जो भागाकार येईल तें
उत्तर झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, आदि३, अंत १९, आणि गळ ९, यांपासून उत्त
र काढ तें काढ.

$$\frac{१९-३}{९} = \frac{१६}{९} = १ \text{ हें उत्तर.}$$

दुसरें, आदि१०, अंत ७०, आणि गळ २१, आहे, यां
पासून उत्तर आणि सर्वधन काढ तें काढ.

३ उत्तर, आणि ८४० सर्वधन.

तिसरें, कोणी गृहस्थास कर्ज आहे, त्यास विलायती मानानें ए कवर्षांत आठवडे ५२, तेव्हां प्रथम आठवड्यास १ रुपया, उढें चढते शेवटील आठवड्यास १०३ रुपये, याप्रमाणें देतां एकवर्षांत कर्जमु क्त होईल, तेव्हां उत्तर काय येईल तें सांग.

२ रुपये हें उत्तर.

तिसरें कृत्य.

एक शेवटील पद, उत्तर, आणि गळ, हीं तीन सांगितलीं असतां, यांपासून दुसरें शेवटील पद व सर्वधन काढावयाचें.

उत्तर एकोन गळानें गुणून, तो गुणाकार आदि अंतांची व जाबाकी होईल : ह्मणजे, अनिलाहान पद सांगितलें आहे तर हा गु णाकार त्यापदाशीं मिळवावा, ह्मणजे अतिमोठें पद झालें. अतिमो ठें पद सांगितलें आहे तर तो गुणाकार त्यापदांत वजा करावा, ह्मण जे अनिलाहान पद झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, अनिलाहान शेवटील पद ३, उत्तर २, आणि ग छ ९, हे ३ सांगितले, याजपासून अतिमोठें शेवटील पद व सर्वधन काय निघेल.

$$\begin{array}{r} २ \\ \hline ५६ \\ \hline ११२ \end{array}$$
 हैं अतिमोठे शोबटीलपद.
 याजकृतिनां $\begin{array}{r} ३ \\ \hline ३३ \end{array}$ हैं अतिलाहान शोबटीलपद.
 २२ वेरीज.
 ९ गछ.
 $\begin{array}{r} १० \\ \hline १९८ \\ \hline १९८ \end{array}$ सर्वधनहें उत्तर.

दुसरे, जर अतिमोठे शोबटीलपद ७०, उत्तर ३, आणि ग
 छ २१, आहे तर यांपासून अतिलाहान शोबटीलपद व सर्वधन काय
 निघेल तें सांग.

उत्तर, १० अतिलाहान शोबटीलपद, ८४० सर्वधन.

तिसरे, कोणी एक गृहस्थास कर्ज आहे, विलायती माका
 ने एक वर्षांत आठवडे ५२, तेकां प्रथम आठवड्यास १ रुपया, दु
 सरे आठवड्यास ३ रुपये चाप्रमाणें दर आठवड्यास दोन दोन रु
 पये चढते देतां; एक वर्षांत बावन्ना हत्यानीं तो गृहस्थ कर्जमुक्त हो
 ईल, तेकां बावन्नावे हत्यास किती रुपये व सर्वकर्ज किती आहेत तें
 सांग.

उत्तर, शोबटील हत्यास १०३ रुपये, आणि सर्वकर्ज १०३ रु०

चवथें कृत्य.

कोणतेही सांगितल्या दोन पदांचें गणिन मध्य प्रमाण का

ठावपाचें.

दोनपदे अथवा दोन संख्या सांगितल्या आहेत त्यांची वेरीज घ्यावी, नंतर त्या वेरीजेचें अर्थ करावें, तें अर्थ, गणितमध्यप्रमाण झालें.

उदाहरण.

४ आणि १२ हीं दोनपदे अथवा संख्या सांगितल्या, यांचें गणितमध्यप्रमाण काय होईल.

$$\frac{४ + १२}{२} = ८ \text{ गणितमध्यप्रमाण झालें, हें उत्तर.}$$

पांचवें कृत्य.

कोणतेही दोनपदां पासून दोन गणितमध्यप्रमाणां काढावयाचें.

अतिलाहानपद अतिमोठेपदांत वजा करावें, बाकी राहील ती ३ र्हीं भागावी, जो भागाकार येईल तें गणितश्रेणीचें उत्तर झालें; नंतर हें उत्तर अतिलाहानपदाराीं मिळवावें, व अतिमोठेपदांतून वजा करावें, म्हणजे त्या दोनपदांजवळचीं पदे दोनमध्यप्रमाणां झालीं, पुढें ही याप्रमाणां करीत जावें, म्हणजे दोन दोन मध्यप्रमाणां निघतील.

उदाहरण.

२ आणि ८ या दोन संख्यांची दोन गणितमध्य प्रमाणें सांग.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \\ \hline 10 \end{array}$$

१ हे उत्तर, तर $2+2=4$ एक गणितमध्य प्रमाण.

आणि $4+2=6$ दुसरे गणितमध्य प्रमाण.

साहाय्येंकृत्य.

कोणतेही दोन पदांपासून हावीं तेवढीं मध्यप्रमाणें काढाव याचें.

अतिमोठे पदांतून अतिलाहानपद वजा करावें, बाकी राहिल ती एकाधिक मध्यगच्छांनें भागावी, जो भागाकार येईल तें श्रेणीचें उत्तर झालें; नंतर तें उत्तर अतिलाहान पदापासून पदांत मिळवीत चलावें, अथवा, अतिमोठे पदापासून पदांतून वजा करीत चलावें, झणजे हावीं तेवढीं मध्यप्रमाणें येतील.

उदाहरणें.

२ आणि १४ या दोन संख्यांपासून पांच गणितमध्य प्रमाणां काढावीं.

१४४

१४

$$\frac{५० \times १२}{२} \text{ उत्तर.}$$

नंतर हें उत्तर अति लाहान पदाचीं मिळवीत जातां ४, ६, ८, १०, १२, हीं पांच गणितमध्यप्रमाणें निघालीं हें उत्तर.

यांत जें कांहीं अधिक लिहावयाचें राहिलें तें बीजगणित तांत पाहा.

भूमितिप्रमाण आणि श्रेढी.

जर दोन युग्में घेतलीं, जसें ६:३, आणि १४:७, ह्याणजे श्रुतीं सांगितल्या प्रमाणें तीं व्यवहारी अपूर्णांक रूपानें लिहिलीं जातात, $\frac{६}{३}$ आणि $\frac{१४}{७}$; आतां त्यांचें गुणोत्तर सम आहे किंवा बिषम आहे हें पाहावयासाठीं त्यांस सम छेद केलें पाहिजे. असें झाल्यावर ६×७ आणि १४×३ हे दोन नवे अंश होतील, जर ते नवे अंश सम आहेत, तर युग्मांचें गुणोत्तर बरोबर आहे. याजकरितां,

प्रथम सिद्धांतात, जर चार अवयवी भूमितिप्रमाणांत असतील, तर आद्यंतांचा गुणाकार दोन मध्यांचे गुणाकारा बरोबर होईल.

आणि याजवरून, जर दोन मध्यांचा गुणाकार कोणते एक

शेवटपदानें भागिला असतां, भागाकार येईल तो दुसरें शेवटपद होईल. जसें, वरचे संख्यांमध्ये, जर मध्यांचा गुणाकार ४२ हा ६ याए क शेवटपदानें भागिला असतां, भागाकार ७ येतो तें दुसरें शेवटपद आहे; आणि जर ४२ हा ७ याचें भागिला असतां भागाकार ६ येतो तें दुसरें शेवटपद आहे. त्रैराशिकामध्ये सांगितलें कर्मास आश्रय हाच आहे.

यावरून ही पाहतां, ६, ३, १४, ७, अशा कोणत्याही चार संख्यांमध्ये जर मध्यांचा आणि शेवटांचा गुणाकार बरोबर आहे, तर यांतच गुणोत्तरही बरोबर आहे असें जाणावें $\frac{६}{३} = \frac{१४}{७}$, अथवा याप्रमाणाची सत्ता ६ : ३ :: १४ : ७. यावरून,

दुसरासिद्धांत. कोणतेही दोन गुणाकार बरोबर असतील, तर त्यांचे वेगळेले कर्त्यांपासून एक प्रमाण करतां येईल.

जर दोन मध्यपदे बरोबर असतील, जसें यापदामध्ये ३, ६, ६, १२, तर त्यामध्यपदांचा गुणाकार वर्ग होईल. यावरून,

तिसरासिद्धांत. कोणतेही दोन संख्यांचें मध्यप्रमाण त्या संख्यांचे गुणाकाराचें वर्गमूळ आहे.

कोणतेही प्रमाणाची वेगळालीपदे स्थळांतर करून कि हिलीं, अशीं कीं ज्यांत आयनांचा गुणाकार मध्यांचे गुणाकार बरो

$$\frac{३० + १५}{२ + १} = \frac{१५}{१} \text{ आदि } \frac{३० + १५}{२ + १} = \frac{३० + १५}{२ + १} \text{ यास्य ३५.}$$

चत्वारसिद्धंत. अग्रसंकीर्णज अग्रसं वजावाकीस उपाग्रसंके वेदिजेस अथवा वजावाकीस आह, जमा त्यांकीस कोस ताही अग्रसर त्यांचे उपाग्रसरस आह.

पांचनासिद्धंत. अग्रसंकीर्णज त्यांचे वजावाकीस आह, जशी उपाग्रसंकीर्णज त्यांचे वजावाकीस.

अग्रसंकीर्ण जर दुसरी श्रेणी असल, जसें $\frac{१}{२} = \frac{१}{२} = \frac{१}{२} = \frac{१}{२}$; त्यांस ही याप्रमाणे रूप दिली $\frac{१ + १० + १० + १०}{२ + ५ + ५ + ५} = \frac{३१}{१७}$ इत्यादि, पांजवत्त.

साहाससिद्धंत. इतिनिर्माणानंद दुसऱ्या कोसदेही श्रेणीमध्ये, सर्व अग्रसंकीर्णज त्यांकीस सर्व उपाग्रसंकीर्णज आह, जमा त्यांकीस कोसदेही एकशुभावा अग्रसर त्यांचे उपाग्रसरस.

सातवा सिद्धंत. जर शेषप्रमाणे जनुन्यास पदवा: दुसऱ्या तीतर ते गुणाकार सर्व एवप्रमाण करिगीत.

जसें, जर $३० : १५ :: १ : १$

आदि $२ : १ :: ४ : २$

तर $३० \times २ : १५ \times १ :: २ \times ४ : १ \times २$

अथवा $६० : ४९ :: २४ : १८$ अथवा $\frac{६०}{४९} = \frac{२४}{१८}$.

आठवासिद्धांत. जर चारपदे प्रमाणांत आहेत, तर त्यांचे वर्गघनादिक ही प्रमाणांत होतील.

कां, स्पष्ट आहे कीं, यांत हेंच मात्र आहे कीं एकच प्रमाण वरप्रमाणें पुनः पुनः गुणून ते गुणाकार वर्गघनादि होतात.

तसेच हे गुण करणीवर ही लागतात.

जसें $\sqrt{७२०} : \sqrt{८०} :: \sqrt{५६७} : \sqrt{६३}$

आणि $\sqrt{१२} : \sqrt{३} :: \sqrt{४} : \sqrt{१}$

कां $\frac{\sqrt{७२०}}{\sqrt{८०}} = \frac{\sqrt{९ \cdot ८०}}{\sqrt{८०}} = \frac{३}{१}$ आणि $\frac{\sqrt{५६७}}{\sqrt{६३}} = \frac{\sqrt{९ \cdot ६३}}{\sqrt{६३}} = \frac{३}{१}$

आणि $\frac{\sqrt{१२}}{\sqrt{३}} = \sqrt{\frac{१२}{३}} = \frac{\sqrt{४}}{\sqrt{१}} = \frac{२}{१}$

नववासिद्धांत. भूमितिश्रेढीचे शेवटपदांचा भागाकार, त्या च श्रेढीचे गुणोत्तरास घात प्रकाशक एकोन गळ केला इतक्या घाताचे बरोबर आहे.

जसें, १, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४, या दाहापदांत गुणोत्तर २ आहे, एकोन गळ ९ आहे; तेदांशे वदांचा भागाकार $\frac{१०२४}{२} = ५१२$, आणि २ = $\frac{५१२}{२}$ हेही बरोबर आहेत.

याजकरितां अतिमोठेंपद, अतिलाहानपद गुणिलें गुणो

तराचे घातानें ज्यास घातप्रकाशक एकोनगुण आहे, त्या गुणा काराचे बरोबर आहे.

दाहावासिद्धांत. पदांचें सर्वधन भूमितिश्रेढीमध्ये, यारीती नें निघतें, दोनशेपदांची वजाबाकी एकोनगुणोत्तरानें भागावी, नंतर त्या भागाकारांत अतिमोठें पद मिळवावें, तीबेरीज सर्वधन झालें.

जसें यापदांचें सर्वधन, २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४, (जांचें गुणोत्तर २) असें आहे $१०२४ + \frac{१०२४-२}{२-१} = १०२४ + १०२३ = २०४७$ हें सर्वधन.

याप्रमाणें वरलिहिल्या शिवाय, भूमितीचा विस्तार आहे तो पुढें बीजगणितांत लिहिल.

पूर्वमिद्धांत समजावयाकरितां कोहीं उदाहरणें लिहितों, व भूमितिमध्यप्रमाणां बाबद किती एक कृत्येंही सांगतों.

उदाहरणें.

प्रथम, एकभूमितिश्रेढीमध्ये दाहापदें आहेत, त्यांत अ निलाहानपद १; आणि गुणोत्तर २; तेव्हां मोठेंपद आणि सर्वधन काय होईल?

उत्तर, अतिमोठेंपद ५१२ आणि सर्वधन १०२३

दुसरें, कोणी एक गृहस्थास कर्ज आहे, तें असें कीं, प्रथम

हस्यास रुपये १० पुढें दरहस्यास दुपटीनें चढने याप्रमाणें दरमहिन्या
स हप्ता देतां बारा महिन्यांत फिटेल; तेकां बारावे हस्यास किती रु
पये द्यावे पडतील, व सर्वकर्ज किती असेल, तें सांग.

उत्तर, दोघट हस्यास २०४८० रुपये आणि सर्वकर्ज ४०९५० रु.

प्रथमकृत्य.

कोणतेही दोन संख्यांचें एकभूमितिमध्यप्रमाण काढया
चें.

त्या दोन संख्या परस्पर गुणाच्या, नंतर त्या गुणाकाराचें व
गमूळ काढावें, तें भूमिति मध्यप्रमाण होतें.

उदाहरण.

दोन संख्या ३ आणि १२, यांचें भूमितिमध्यप्रमाण काय?

१२

३

३६ ६ भूमितिमध्यप्रमाण, हें उत्तर.

३६

दुसरेकृत्य.

कोणतेही दोन संख्यांचीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणें काढा
याचें

मोठी संख्या लाहान संख्येनें भागावी, नंतर, त्या भागाकार
चें घनमूळ काढावें, तें पदाचें गुणान्तर होईल. तेकां सांगितलें ला

सरं भूमितिमध्यप्रमाण होईल, अथवा, मोठेपदगुणोत्तराने भागा
वें, तो भागाकार मोठे भूमितिमध्यप्रमाण होईल; नंतर तेच पुनः
गुणोत्तराने भागावें, तो भागाकार लाहान भूमितिमध्यप्रमाण होईल.

उदाहरण.

३ आणि २४ यांची दोन भूमितिमध्यप्रमाणे काढावी.

आता $२४ \div ३ = ८$ यांचे घनमूळ २ हे पदांचे गुणोत्तर
झाले.

तेकां $३ \times २ = ६$, आणि $६ \times २ = १२$, हीं दोन भूमितिम
ध्यप्रमाणे निघालीं.

अथवा $२४ \div २ = १२$, आणि $१२ \div २ = ६$ हीं वरचे वरोव
र आहेत.

ह्मणजे ३ आणि २४ यांची मध्यप्रमाणे ६ आणि १२ हीं
दोन आहेत.

तिसरें कृत्य.

कोणतेही दोन संख्यांचीं हावीं तिनकीं भूमितिमध्यप्रमा
णे काढावयाचे.

मोठी संख्या लाहानसंख्येनें भागावी; नंतर मध्यप्रमाणे जि

तर्कीं हावीं ती संख्या एकाधिक करून भागाकारास मूळप्रकारा
क जाणून त्या भागाकाराचें तितकें घातमूळ काढावें, तें गुणोत्तर
झालें. ह्मणजे एकमध्यप्रमाणाकरितां वर्गमूळ, दोनमध्यप्रमाणांकरि
तां घनमूळ, तीनमध्यप्रमाणांकरितां चतुर्घातमूळ, याप्रमाणें
पुढेंही. नंतर लाहानपद त्या गुणोत्तरानें पुनः पुनः गुणावें. अथवा
मोठेंपद पुनः पुनः भागावें, ह्मणजे तितकीं मध्यप्रमाणें निघतील.

उदाहरण.

३ आणि ९६ या दोन संख्यांचीं चार मध्यप्रमाणें काढावीं.

आतां $९६ \div ३ = ३२$, याचें पंचघातमूळ २, तें गुणोत्तर झालें. तेकां $३ \times २ = ६$, आणि $६ \times २ = १२$, आणि $१२ \times २ = २४$, आणि $२४ \times २ = ४८$.

अथवा $९६ \div २ = ४८$, आणि $४८ \div २ = २४$ आणि $२४ \div २ = १२$, आणि $१२ \div २ = ६$. ह्मणजे ६, १२, २४, ४८, हीं चार ३ आणि ९६ यांचीं इच्छितीं भूमितिमध्यप्रमाणें आहेत.

सर्कत.

सर्कत ह्मणजे एकीति आहे, जीणें कोणतीही रास अथवा अवयवी हावेने बंद भागांत भागतां येईल, जे भाग परस्परांत कोण

यस्यथास्थितं चूकावतात. अथवा, युद्धांत किंवा दुसरे कोणते कामांत बहुत मनुष्यांनी एकत्र मिळून जे कांहीं मिळविलें, त्यांचे भाग करितात; अथवा, एखादी भूति बहुकाळ पडित आहे ती भोंवर गांवांस लागवडी करितां वांटून देणें तर त्या त्या गांवां मनुष्य समुदाय पाहून त्यांस वांटून देतात.

सर्कत, एकेरी आणि दुहेरी ऐंशी दोन प्रकारची आहेत. जे कां प्रत्येक भाग केवळ कोणतेही एक संख्येशीं प्रमाणांत आहेत, त्यांजें भाग्यांचे भाग एकच वेळेस कामांत लाविले आहेत, ते कां एकेरी; आणि जे कां प्रत्येक भाग दोन किंवा अधिक संख्यांशीं प्रमाणांत आहेत, त्यांजें भाग्यांचे भाग भिन्न भिन्न वेळेस कामांत लाविले आहेत, ते कां दुहेरी.

एकेरी सर्कत.

सामान्यरीति.

ज्या संख्या भागांचें वेगळालें प्रमाण दाखविताने, त्यांची

बेरीज घ्यावी. नंतर या प्रमाणें राशि सांगाव्या.

जशी भागांचें प्रमाण संख्यांची बेरीज.

वांटावयाचे सर्वराशीस होतें.

तशी एक एक भागाची प्रमाण संख्या.

त्या त्या संख्येचे वांट्यास होईल.

अथवा.

जसें सगळें भांडवल.

सगळे लाभस अथवा हानीस होतें.

तसें एकेकाचें विशेष भांडवल.

लाभकिंवा हानि याचे त्या त्या विशेष भागास होईल.

ताका पाहायासाठीं सर्वविशेष भागांची बेरीज घ्यावी, ती सांगितले वांटयाचे सगळे संख्येचे बरोबर आली झणजे खरी.

उदाहरणें.

प्रथम, २४० या संख्येचे तीन भाग कर, असे कीं, १, २, ३, या संख्या परस्पर प्रमाणांत आहेत, तसे ते परस्पर प्रमाणांत होतील.

एथें $१ + २ + ३ = ६$, ही प्रमाण संख्यांची बेरीज.

तर, जसे ६ : २४० :: १ : ४० प्रथमभाग.

आणि जसे ६ : २४० :: २ : ८० दुसराभाग.

आणि जसे ६ : २४० :: ३ : १२० तिसराभाग.

सर्वांची बेरीज २४० ताळा.

दुसरे, तीन मनुष्यांनी दुसऱ्या बंदरी नेण्या करिता एके जा
हाजावर ३४० रू० धान्य भरिले, त्या मनुष्यांचीं नावे, अ, ब, क; त्या
त अ ११० खंडी, आणि ५७ खंडी, व बाकी राहिले तें क, पुढें तें ज हा
ज हाकारून घालिले, तो सजत तुफान जाहले, तेव्हां ८५ खंडी
धान्य टाकावें लागले, तो तोटो, तिघांस बराबर वांटें कोणा
स किती येईल,

एथें. $११० + १७ = २०७$ खंडी, अ, ब, यांनीं भरिले;
याजकरितां $३४० - २०७ = १३३$ खंडी, क, यां भरिले.

याजवरून, जसे ३४० : ६५ :: ११०

अथवा जसे ४ : १ :: ११० : २७ $\frac{१}{२}$ खंडी = अ, ब, यांनी,

आणि जसे ४ : १ :: १७ : २४ $\frac{१}{२}$ खंडी = ब, बी हात.

आणि जसे ४ : १ :: १३३ : ३३ $\frac{१}{२}$ खंडी = क, ची हात.

सर्वांची बेरीज ८५ खंडी, ताळा.

तिसरे, दोन सावकार, क, आणि ब, यांनीं मिळून १२०० रुपयां
वें भांडवल केले, त्यांत ७५० रुपये क, व, बाकी ब, व, पुढें व्यापार क

रितां ३०० रुपये लाभ झाला, तो त्या दोघांस भाग प्रमाणें बरोबर वांटून दे.

रु० पा०

रु० पा०

उत्तर, क = १८७ ... २, आणि ब = ११० ... २,

चवथें, तिघे सावकार, अ, प, ग, यांनी मिळून ७००० रुपये भांडवल केलें, यांत १२३० रुपये अ, चे, ३५०० प, चे बाकी रुपये ग, चे, पुढें व्यापार कर्तो १२५५ रुपये लाभ झाला; तो एक एका सभागा प्रमाणें बरोबर वांटून दे.

रु० पा० रे०

उत्तर	{	अ = २२० ... २ ... ८	<u>११०००</u>
		प = ६४१ ... ३ ... ३७	<u>१९०००</u>
		ग = ३९२ ... २ ... ५४	<u>३१०००</u>

पांचवें चारगांव मिळून महसुलाचा ठराव ७००० रुपये केला, त्या लागवड जमीन एक गांवांत २५० बिघे आहे, व एक गांवांत ३५० बिघे आहे, व एक गांवांत ४०० बिघे आहे, व एक गांवांत ५०० बिघे आहे; तेव्हां कोणते गांवांस बिघेप्रमाणें किती रुपये महसूल देणें पडेल तो सांग.

	वि.	रु.	पा.	रे.	
उत्तर,	२५०	= ११६६	२	६६	$\frac{१०००}{१५००}$
	३५०	= १६३३	१	३३	$\frac{५००}{१५००}$
	४००	= १८६६	२	६६	$\frac{१०००}{१५००}$
	५००	= २३३३	१	३३	$\frac{५००}{१५००}$
		<u>७०००</u>			

साहाबें, बहुकाळी पडीतभूमि ३७ बिघे, २ पां० ३ काढा, अशी तीन गावांस लगतमध्ये आहे, ती त्या तीन भोंवर गांवांस वसाती प्रमाणें वांटून द्यावी, ह्याप्रश्न सरकारची आज्ञा, त्यास वसात एके गांवांत ५०० मनुष्यें, एके गांवांत ३२०, एके गांवांत ७५, याप्रमाणें आहे; तेव्हां कोणते गांवांस किती भूमि विभाग घेईल तो सांग.

	म.	बि.
उत्तर,	५००	= २०१७३०४४६९
	३२०	= ७३२६२४८६०
	७५	= ३१०९५६७०

सातवें, कोणी एक मनुष्याकडे चार सावकारांचें कर्ज होतें, त्यांत क, चें ५७७ रुपये पावले, ख, चें १००९ रुपये पावले, ग, चें २२५ रुपये, घ, चें ७३० रुपये; पुढें तो पकून गेला, तेव्हां त्याचें यत्किंचित् सामान त्या सावकारांनीं जप्त करून विकविलें, त्याचे १७०७ रुपये

आले, ते त्या सावकारांस दामाशाई प्रमाणें वांटून द्यावयाचे, तेकां कोणास किती रुपये वांटा आला तो सांग.

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ३७७.१२ \text{ क.चा भाग.} \\ ७०६.२४ \text{ ख.चा भाग.} \\ १४६.९ \text{ ग.चा भाग.} \\ ४७६.७ \text{ घ.चा भाग.} \end{array} \right.$

आठवें, मालसुद्धां १००० रुपये किमतीचे एक गलबत तुफान होऊन समुद्रांत बुडालें, त्यांत विभाग र, चा $\frac{१}{२}$, ल चा $\frac{१}{२}$, बाकी व, चा, त्या गलबताचा विमा ५४०० रुपये केला होता, ते येतील परंतु मूळ किमतींत जी खोद आली ती कोणावर किती घालावी तें सांग.

रु०
उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ४५० \text{ र.} \\ ९०० \text{ ल.} \\ २२५० \text{ व.} \end{array} \right.$

नववें, प, फ, ब, भ, ऐसे चार मनुष्य यांनीं कोणें कामांत २५० रुपये खर्च केला, त्याचा करार याप्रमाणें, प $\frac{१}{२}$, फ $\frac{१}{३}$, ब $\frac{१}{४}$, भ $\frac{१}{५}$, केला होता, पुढें तो खर्च वांटून घेणें आलें, तेव्हां कोण कोणास किती किती वांटा आला तो सांग.

	ह०	पा०	रे०	
उत्तर,	२७	१	६१ $\frac{३}{३३}$	च, चे भागास.
	६४	३	७४ $\frac{३}{३३}$	रु, चे भागास.
	४८	३	८० $\frac{३}{३३}$	ब, चे भागास.
	३८	३	८४ $\frac{३}{३३}$	भ, चे भागास.

दाहावे, कोण एक किल्ला सोभाळावया करितां हुजुरुहून पांच जमाती रवाना केल्या होत्या; त्यांत लोक भरणा एके जमातींत ५४, दुसरे जमातींत ५१. तिसरे ४८, चवथे ३९, पांचवे ३६, या प्रमाणें होता; पुढें त्या किल्ल्याचे चौकीस दर प्रहारास ३६ मनुष्यें लागतात, तेकां दर प्रहारास जमातीचे लोक भरण्या प्रमाणें कोणांत जमातीनें किती किती मनुष्यें द्यावी तें सांग.

उत्तर,	५४ चे जमातीतील मनुष्यें.	१८
	५१	१७
	४८	१६
	३९	१३
	३६	१२

दुहेरी सर्कत.

दुहेरी सर्कत, वरसांगितल्या प्रमाणें अशा प्रकारेंत आण

वते, जेथें भाग्यांचीं भांडवलें भिन्नभिन्न वेळेस कामांत लाविलीं आहेत.

रीति*— प्रत्येक मनुष्याचें भांडवल त्याचे त्याचे कामांत भोग ले काळानें गुणावें, नंतर तो गुणाकार प्रमाणानें भागावा, जसें एकेरी सर्कतेंत सांगितलें आहे, ह्मणजे याप्रमाणें राशी होतील.

जसें सर्व गुणाकारांची बेरीज.

सर्वलाभ किंवा हानि किंवा वाटायाचा अवयवी यास आहे.
तसें प्रत्येक विशेष भागाकार.

त्याचे त्याचे विशेष भागास होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, दोघानीं सर्कती व्यापार केला, त्यांत भांडवल क चें ५०० रुपये, त्यास ४ महिने झाले, आणि गचें ६०० रुपये त्यास ५ महिने झाले, त्या सर्कत व्यापारांत नफा २४० रुपये झाला, तो दोघांस भागाप्रमाणें कसा वाटून द्यावा तें सांग.

* या रीतीची सत्यता याप्रमाणें आहे : जेकां काळ बरोबर आहेत, तेकां एकेरी सर्कतेंत सांगितल्या प्रमाणें स्पष्ट आहे कीं, लाभ किंवा हानि याचे भाग भांडवलां प्रमाणें आहेत, आणि जेकां भांडवलें बरोबर, तेकां भाग काळा प्रमाणें होनात, याजकरितां जेकां दोनही बरोबर नाहींत, तेकां भाग दोघांचे गुणाकारां प्रमाणें निश्चय होतील.

	क.	ग.	
एथें	५००	६००	
	४	५	
	<u>२०००</u>	<u>३०००</u>	= ५०००

तरजसें ५००० : २४० :: २००० : ९६ रु० कचा नफा.

आणि जसें ५००० : २४० :: ३००० : १४४ रु० गचा नफा.

दुसरें, च, आणि ज, या दोघांनीं एक कुरण घोडीं चारावया करितां मखता ठरावून घेतलें, मखता ५४० रुपये, त्या कुरणांत चचीं २७ घोडीं २७ दिवस चरलीं, आणि जचीं २१ घोडीं २९ दिवस चरलीं, मखत्याचे रुपये दोघांनीं किती किती घाये तें सांग.

	रु०	पा०	रे०
उत्तर, {	च, २३२	००	३ ००
	ज, ३०७	००	० ००

तिसरें, प, फ, ब, या तिघांनीं गाई चारावयाशि कुरण घेतलें. त्याचें देणें एकवर्षाचें ३०० रुपये, त्यांत पच्या ७ गाई ७ महिने, फच्या ९ गाई ५ महिने, आणि बच्या ४ गाई १२ महिने, या प्रमाणें चरल्या, तेन्हां ३०० रुपये देणें त्याचा विभाग कोणी किती घावा तो सांग.

	रु०	पा०	रे०
उत्तर, {	प ५५	००	५ ००
	फ ११	००	१ ००
	ब १२	००	१ ००
			<u>३ ००</u>
			<u>३ ००</u>

चबर्थे, कोणी एक किल्ला फौजेने हल्ला करून घेतला, ते सभ
 र्थां तेथें १०००० रुपये मिळाले, ते फौजेत दरमहा दर आसामीस २० रुप
 ये असे ४ जमातदार ६ महिने चाकरी करीत होते; व दरमहा दर आसा
 मीस १५ रुपये असे १२ हवालदार ६ महिने चाकरी करीत होते; व दरम
 हा दर आसामीस ११ रुपये असे ११० शिपाई ३ महिने चाकरी करीत
 होते; उठें सरकारचा हुकुम झाला कीं, ते रुपये त्या फौजेस आसामी
 तेनात चाकरीची सुदत योग्यते प्रमाणें बरोबर वांटून द्यावे ह्मणून,
 त्यास कोणकोणास किती किती येतात ते सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, { २२४ ... ३ ... ४२ $\frac{१०२०}{५९२०}$ जमातदार आसामी ४ त्यांचा वांटा.
 २०८० ... ३ ... ६९ $\frac{२८००}{५९२०}$ हवालदार आसामी १२ त्यांचा वांटा.
 ६९९४ ... ० ... ८७ $\frac{२४००}{५९२०}$ शिपाई आसामी ११० त्यांचा वांटा.

पान्चवें, ज्येष्ठशुद्ध प्रतिपदेस १०००० रुपये भांडवल करून, ह
 ने व्यापार आरंभिला; नंतर ज्येष्ठशुद्ध प्रतिपदेस त्या व्यापारांत १५०००
 रुपये भांडवल देऊन क, सर्कती मिळाला; नंतर भाद्रपदशुद्ध प्रतिपदे
 स त्याच व्यापारांत २८००० रुपये भांडवल देऊन, ग, सर्कती झाला;
 या प्रमाणें तिघांचा सर्कती व्यापार चालला; उठें वर्षांती हिशेब कर्तो
 १७७६५ रुपये नफा झाला, तो भाग प्रमाणें तिघांस बरोबर वांटू
 न दे.

	रु.	पा.	र.
उत्तर, {	हचावांटा	४५७४	२ ७१ $\frac{५२}{१००}$
	कचावांटा	५७१८	१ ३९ $\frac{३६}{१००}$
	गचावांटा	७४७१	३ ८९ $\frac{२५}{१००}$

साहावें, र, ल, व, या तिघांनी १ वर्ष नकतीनि व्यापार केला. त्यांत आरंभीच रनें २०० रुपये दिले, पुढें चार महिने नंतर २०० रुपये दिले, तसे लनें आरंभी ३०० रुपये दिले, उदें ३ महिने गेल्यावर २०० रुपये दिले, नंतर २ महिने गेल्यावर पुनः २०० रुपये दिले, तसे वनें आरंभी ६०० रुपये दिले, उदें ५ महिने गेल्यावर १०० रुपये दिले, नंतर १ महिना गेल्यावर १०० रुपये नाघारे घेतले, व प्रमाणें वर्ष पुरें झाल्या नंतर हिशोबी ५०० रुपये नफा झाला, तो त्या तिघांस भाग प्रमाणें बरोबर वांटून दे.

	रु.	पा.	र.
उत्तर, {	रचा वांटा	१०२	२ २४ $\frac{१२५}{१००}$
	लचा वांटा	२१०	१ २१ $\frac{११०}{१००}$
	वचा वांटा	१०७	० ७१ $\frac{१२५}{१००}$

व्याज.

व्याज म्हणजे पैका उधार देणें किंवा धिरणें याजवर वृद्धिचा नियम आहे. जो पैका उधार देतात किंवा धिरतात, त्यास मुद्दल म्हणतात, आणि व्याज व मुद्दल यांचे बेस्जिज रास म्हणतात. व्याज शेंकड्या प्रमाणें वर्षावर अथवा माहिन्वावर किंवा दिवसावर ठरवितात, परंतु बहुतकरून वर्षावरच, त्यास व्याजाचा दर म्हणतात:—

जसें

जेकां व्याज शेंकड्यास ३ आहे, तेकां दर ३ चा म्हणतात.

• • • शेंकड्यास ४ आहे, • • • ४ चा म्हणतात.

• • • शेंकड्यास ५ आहे, • • • ५ चा म्हणतात.

• • • शेंकड्यास ६ आहे, • • • ६ चा म्हणतात.

व्याज दोन प्रकारचें आहे, सरळ आणि चक्रवाढ.

सरळ व्याज तेंच आहे, जें झालें मुदतीचें दराप्रमाणें मुद्दलावर मात्र व्याज होतें. कोणतेही पैक्याचें व्याज, कोणतेही वेळेंत, मुद्दल पैका आणि त्याचा काळ यांशिं समप्रमाणांत आहे, याजवरून त्याचा हिताद करायासही पुढील सामान्य रीति उत्पन्न झाली आहे.

असं १०० रुपये व्याजाचे दरास आहेत, तसें कोणतेंही सां गितलें मुद्दल त्याचे एक नियमकाळाचे व्याजास होईल. आणि पुनः

जसें एक नियमकाळ, कोणतेही सांगितले काळांस आहे, तसें वर उत्पन्न झालेलें एकनियमकाळाचें व्याज, सांगितले सर्व काळांचें व्याजास होईल.

अथवा, एकरुपयाचें एकनियमकाळाचें व्याज घेऊन त्या नें सांगितलें मुद्दल गुणावें, आणि तो गुणाकार उधार दिलेले किंवा धरलेले पैक्याचे नियमकाळानें गुणावा, ह्मणजे हा गुणाकार त्या काळाचें इच्छितें व्याज होईल.

पाहा. जेव्हां काळामध्यें वर्षाचे कांहीं अवयव आहेत, जसें अर्धवर्ष, पाववर्ष, महिना, अथवा दिवस, तेव्हां त्याचें व्याजवर्षाचें व्याज भागून होईल, अथवा त्रिराशिरीतीनें होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, मुद्दल रुपये २३०५ याशि व्याज दरसाल दरवेंकडा रुपये ४ प्रमाणें एकवर्षाचें व्याज किती रुपये होतील तें सांग.

जसें १०० : ४ :: २३०५ :

$$\begin{array}{r}
 100 \text{) } 2320.0 \text{ (} 23.2 \\
 \underline{1000} \\
 1320 \\
 \underline{1000} \\
 3200 \\
 \underline{3000} \\
 2000
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 100 \\
 \times 23.2 \\
 \hline
 2000
 \end{array}$$

रु० २३ .. पा० ० .. र० २० एकवर्षाचें व्याज हें उत्तर.

दुसरे, मुद्दल रुपये ५४७७.००२ पावले याशि व्याज दर साल दरशंकडा रुपये ५ प्रमाणे तीन वर्षांचे व्याज किती रुपये होतील ते सांग.

जसे १०० : ५ :: ५४७७.५ :

अथवा, २० : १ :: ५४७७.५ :

२०) $\overline{५४७७.५००}$ (२७३.८७५ व्याज १ वर्षांचे)

$\underline{४०}$

$\underline{१४७}$

$\underline{१४०}$

$\underline{७७}$

$\underline{६०}$

$\underline{१७५}$

$\underline{१६०}$

$\underline{१५०}$

$\underline{१४०}$

$\underline{१००}$

$\underline{१००}$

$\underline{०००}$

रु. $\overline{८२९६.२५}$ तीन वर्षांचे

पा. $\overline{२५००}$

रे. $\overline{१००}$

रु. $\overline{५०००००}$

रु. पा. रे.

८२९६.२५ २५ १०० हैं उत्तर.

तिसरे, मुद्दल रुपये २१०० याशि व्याज दर साल दरशंकडा रुपये $४\frac{१}{२}$ प्रमाणे ४ वर्षांचे ३ मास २५ दिवस, याचे व्याज किती रुपये होतील ते सांग.

जसे, १०० : ४५ : : २१०० :

$$\begin{array}{r}
 ४५ \\
 \hline
 १०५०० \\
 ८४०० \\
 \hline
 १००) ९४५०० (९४५ \quad \text{एकवर्षाचें आज.} \\
 ९०० \quad ४ \\
 \hline
 ४५० \quad \text{रु. ३३८००} \quad \text{चारवर्षाचें.} \\
 ४०० \\
 \hline
 ५०० \quad ४७२५ \quad \text{साहा मास.} \\
 ५०० \quad ७८०५ \quad \text{एक मास.} \\
 \hline
 \quad ६४७३ \quad \text{पंचवीस दिवस.} \\
 \text{रु. ५३९५०७} \\
 \quad ४ \\
 \hline
 \text{पा. २३८८} \\
 \quad १०० \\
 \hline
 \text{रे. ३८८००}
 \end{array}$$

अथवा.

जसे, ३६५ : ९४५ : : २५ :

$$\begin{array}{r}
 २५ \\
 \hline
 ४७२५ \\
 १८९० \\
 \hline
 ३६१) २३६२५०० (६४७३ \\
 २१९० \\
 \hline
 १७२५ \\
 १४६० \\
 \hline
 २६५० \\
 २५५५ \\
 \hline
 १०५० \\
 ७३० \\
 \hline
 २२०
 \end{array}$$

रु. पा. रे.
 २३०० ७ ८ ० ० ० ०

चवथें, मुद्दल ४५०० रुपये यांचें १ वर्षांचें व्याज दरशेंकडा
दरसाल ५ रुपये प्रमाणें किती रुपये होतील तें सांग.

२२५ रुपये हें उत्तर.

पांचवें, मुद्दल ७१५६ रुपये १ पावला यांचें एकवर्षांचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ४ रुपये २ पावले प्रमाणें किती रुपये होतील तें सांग.

रु. पा. रे.
३२३ १२३ हें उत्तर.

साहाबें, मुद्दल ७२०० रुपयांचें ३ वर्षांचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ५ रुपये प्रमाणें किती रुपये होतात तें सांग.

१०८० रुपये हें उत्तर.

सातवें, मुद्दल ३५५७ रुपये २ पावले यांचें ४ वर्षांचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ४ रुपये प्रमाणें किती रुपये होतात तें सांग.

रु. पा. रे.
५६० ८० हें उत्तर.

आठवें, मुद्दल ३२२ रुपये २ पावले ८० रेस यांचें दरशेंकडा दरसाल ४ रुपये १ पावला प्रमाणें किती रुपये व्याज जाहालें तें सांग.

रु. पा. रे.
९५ ९९ हें उत्तर.

नववें, मुद्दल १७०० रुपये यांचें १३ दीडवर्षांचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ५ रुपये प्रमाणें किती रुपये होतात तें सांग.

रु. पा. रे.
१२७ २ हें उत्तर.

२० रुपये हें उत्तर.

अकरावें, मुद्दल ३९०० रुपये यांचें ५३ वर्षांचें व्याज दरशेंकडा दरसाल ३ रुपये ३ पावले प्रमाणें किती रुपये होतात तें सांग.

रु. पा. रे.

८४००० ३०० ७५ हें उत्तर.

बारावें, मुद्दल १७६०० रुपये यांचें दरशेंकडा दरसाल ४ रुपये ३ पावले प्रमाणें ११७ दिवसांचें व्याज किती रुपये होतात तें सांग, साल ह्मणजे ३६५ दिवस.

रु. पा. रे.

२६७०० ३०० ९१ हें उत्तर.

चक्रवाढ व्याज.

चक्रवाढ व्याज, ज्यासही व्याजावर व्याज सणतात, तें तेंच आहे, जें मुद्दल आणि व्याज प्रत्येक नियमकाळाचे अंती एकत्र मिळाल्यापासून उत्पन्न होतें.

प्रथमरीति, प्रथम नियमकाळाचे अंती सांगितले मुद्दलाचें व्याज सगळ्या व्याजाचे रीतीप्रमाणें करावें, नंतर तें व्याज व मुद्दल ए

कत्र मिळवावें, आणि ती बेरीज नवें मुद्दल जाहालें, नंतर पुनः नियमकाळाचे अंती त्या बेरिजेचें व्याज सगळ्या व्याजांचेरीती प्रमाणें करावें. आणि तें व्याज व ती पूर्व बेरीज पुनः नवें मुद्दल जाहालें. या प्रमाणें प्रतिनियमकाळाचे अंती करीत जावें, ह्मणजे चक्रवाढ व्याज होईल.

दुसरी रीति, एकरुपयाचें व्याज प्रथम नियम काळाचें अंती काय जाहालें तें काढावें, आणि त्यास तो मुद्दल १ रुपया मिळवावा, नंतर त्याचा घात करावा असा कीं ज्याचा प्रकाशक नियमकाळाची संख्या होईल, मग तो घात मुद्दलानें गुणावा, तो गुणाकार रास ह्मणजे व्याजाकड्यां मुद्दल झालें. कदाचित् व्याजच हावे तर राशीति मुद्दल वजा करावें. बाकी राहील तें व्याज झालें.

उदाहरणें.

प्रथम, ७२०० रुपये मुद्दल यास व्याज दरसाल दररोज कडा पांचोत्रा प्रमाणें ४ वर्षांत रास किती होईल तें सांग.

एथें ५ हा १०० याचा २० वा भाग आहे, आणि १ रुपयाचें व्याज १ वर्षांत $\frac{१}{५}$ आहे, अथवा ०.०५, आणि त्याची रास १०५ आहे व्याज करितां,

२०) ७२००
 ३६०

प्रथम वर्षाचे मुदल.
 प्रथम वर्षाचे व्याज.

२०) ७१५०
 ३७०

दुसरे वर्षाचे मुदल.
 दुसरे वर्षाचे व्याज.

२०) ७१३०
 ३६०

तिसरे वर्षाचे मुदल.
 तिसरे वर्षाचे व्याज.

२०) ८३३८
 ४१६

चवथे वर्षाचे मुदल.
 चवथे वर्षाचे व्याज.

८७५१
 २

रस किंवा इच्छिते उत्तर.

रु. पा. रे
 ८७५१ २ ५५ हे उत्तर.

दुसरे रीती प्रमाणे

१०५ एक रुपयाची रास.

११५

११०२५ वर्ग

११०२५

१२१५५,०६२५ चतुष्पात.

७२००

२४३१०१२५०००

८५०८५४३७५००

रु. ८७५१६४५

पा. २५००

रे. १००

रु.

पा.

रे.

गम ८७५१

५५ हे उत्तर.

दुसरें, ५०० रुपये मुद्दल व्याज दरसाल दरदोंकडा पांचो
वा प्रमाणें वर्षें ५ झालीं गस काय होईल तें सांग.

उत्तर, रु. पा. रे.
६७८...०...५६.

निसरे, ५०० रुपये मुदल व्याज वरप्रमाणे वर्षे ५ झाली. परे
तु मुदत अर्ध अर्ध वर्षाची तेव्हा १० मुदती झाल्या त्याची रास काय
होईल ते सांग.

रु. पा. रे.

रु. पा. रे.

उत्तर, ६४० ° ° ° ° १६५५९८.

चवथें, उदाहरण पूर्वींचें मुदत तीन महिन्यांची तेंकां २०
मुदती झाल्या व्याज काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, ६४९ - ० - १९४४५३.

पाचवें, ३००० रुपये मुद्रक, वर्षे ६ झालीं दरसाल दरशेक
डा व्याज ४ रुपये प्रमाणें रास काय होईल तें सांग.

५. ७. ८.

उत्तर, ४६८१ - २ - १३१४.

साहाय्ये, ८१०० रुपये मुदत वर्षे २३ आली दरमास दरशें
कडा व्याज ४३ रुपये प्रमाणें मुदत ३ वर्षांची रास काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, १०५३. १५, १९४०२४.

सातवे, २१७० रुपये मुद्दल वर्षे २ १/२ शाली दरसाल दर
शेंकडा व्याज ५ रुपये प्रमाणें मुदत १/२ पाव वर्षाची रास काय होई
ल ते सांग.

मिश्रगणित.

मिश्रगणित लुणजे वेगळाले जातीचे शुद्धपदार्थ एकत्र मिश्र केले, असे कीं, त्या मिश्राची किंमत त्यांचे वेगळाले किंमती चे मध्यें होईल, ती काढायाच्या रीति होत आहेत. एक मध्यमिश्रगणित आणि दुसरें व्युत्क्रम मिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित लुणजे मिश्रपदार्थांचा दर काढायाची रीति आहे, जेव्हां प्रत्येक शुद्धपदार्थाचे दर आणि परिमाणें सांगितलीं आहेत.

रीति.

* प्रत्येक शुद्धपदार्थांचीं परिमाणें त्यांचे त्यांचे दरांनें वेगळांलीं गुणावी; नंतर या सर्व गुणाकारांची बेरीज घ्यावी, आणि दुसरी शुद्धप

* प्रतिपाद्य घातीची सत्यता बीजगणितापासून पाण्डिताप्रमाणें निघते.

दार्थांचे परिमाणांची बेरीज घ्यावी; नंतर प्रथम बेरीज दुसरेबेरिजेनें भागावी, ह्मणजे, गुणाकारांची बेरीज परिमाणाचे बेरिजेनें भागावी, भागाकार येईल तो त्यामिश्रराशीचा इच्छितादरपरिमाणभाव होईल.

उदाहरणें.

प्रथम, तीन जातींची शुद्धसाकर एकत्र मिळून मिश्रराशिक्षाली आहे. त्यांत ५० शेरदरशेरीं १२ पैसे दराची, तसें ४४ शेरदरशेरीं ९ पैसे दराची, आणि २५ शेरदरशेरीं ८ पैसे दराची, असे वेगळाले भाव होते. आतां त्यामिश्रराशीस दरशेरीं काय भाव होईल.

अ, ब, क, हीं तीन अक्षरचिह्नें वस्तूंचीं वेगळालीं परिमाणें दाखवायास ये. आणि म, न, प, हीं तीन अक्षरचिह्नें त्यांचे प्रत्येकीं दर दाखवायास ये.

तर अम, बन, कप, हे त्या तीनराशींचे वेगळाले भाव आहेत.

आणि अम + बन + कप, ही त्या वेगळाले तीनराशींचे भावांची बेरीज आहे.

पुनः अ + ब + क ही त्या तीनराशींचे वेगळाले परिमाणांची बेरीज आहे.

आतां जर र, सर्वमिश्रराशीचा भाव दाखवितो.

तर (अ + ब + क) × र, ही सर्वमिश्रराशीची किंमत होईल.

प्राज्ञकरितां (अ + ब + क) × र, = अम + बन + कप.

आणि र = अम + बन + कप ह्मणजे हीच रीति आहे.

अ + ब + क

आणि १२, ९३८ हा भाव आहे.

१२०) १२०४ (१०९१० = १०३०

उत्तर, १० $\frac{१}{३}$ पेसे हा मिश्रराशीचा दरशेरी भाव.

दुसरें, एक चाहा पोंड ५ दरपोंडी भाव ७ शिलिंग, दुसरा चाहा पोंड ९ दर ८ शिलिंग ६ पेन्स, आणि तिसरा चाहा पोंड १४ $\frac{१}{३}$ दर ५ शिलिंग १० पेन्स प्रमाणें असा तीन प्रकारचा एकत्र केला तर त्या मिश्रास दरपोंडी भाव काय होईल.

उत्तर, ६ शिलिंग १० $\frac{१}{३}$ पेन्स.

तिसरें, एक जातीचें तेल ग्यालन ४ दरग्यालनी भाव ४ शिलिंग १० पेन्स, दुसरें तेल ग्यालन ५ दर ५ शिलिंग ३ पेन्स, आणि तिसरें तेल ग्यालन ९ $\frac{२}{३}$ दर ५ शिलिंग ८ पेन्स प्रमाणें असें एकत्र केलें तर त्या मिश्रास दरग्यालनी भाव काय होईल.

उत्तर, ५ शिलिंग ४ $\frac{१}{३}$ पेन्स.

चवथें, कोणी फड्यानें एक जातीचे गडुं १० बुशिल दर बुशिली भाव ५ शिलिंग, दुसरें गडुं १८ बुशिल दर ३ शिलिंग, आणि तिसरें गडुं २० बुशिल दर २ शिलिंग प्रमाणें असें एकत्र केले तर त्या मिश्रास दर बुशिली भाव काय होईल.

उत्तर, ३ शिलिंग.

पांचवें, कोणी दुकानदारानें एक जातीचें पीठ बुशिल ३ दर बुशिली भाव ३ शिल्लिंग ५ पेन्स, तसें दुसरे जातीचे बुशिल ४ दर ५ शिल्लिंग ५ पेन्स, आणि तिसरे जातीचे बुशिल ५ दर ४ शिल्लिंग ८ पेन्स प्रमाणें असे एकत्र करून बिकुं लागला तर त्या मिश्रराशीस दर बुशिली काय भाव होईल.

उत्तर, ४ शिल्लिंग ७½ पेन्स.

साहायें, सोने ७ ओंस २२ क्यारेकूट चांगलें, तसें १२½ ओंस २१ क्यारेकूट चांगलें, आणि १० ओंस १९ क्यारेकूट चांगलें, असें एकत्र आ दिलें तर त्या मिश्र सोन्यास किती क्यारेकूट चांगलें भाव लागेल.

उत्तर, २० १/३ क्यारेकूट चांगलें.

सानवें, रुपें ७ पोंड १ ओंस २४ रुडू, तसें ५ पोंड ८ ओंस यांत

* जर, १ ओंस अथवा दुसरे कोणतेही सोन्याचें परिमाण भर शुद्ध सोने आहे, तर त्याचे बरोबर २४ भाग केले, त्यांस प्रत्येकी क्यारेकूट हणतात, तसें रुप्याचे भागांस ओंस हणतात. परंतु बहुतकरून सोनें रुपें वा धातू दुसरे हीन धातूशी मिश्र असतात, ज्यास हीण हणतात, आणि या मिश्र सोन्यास इतके क्यारेकूट सोनें हणतात, जसें मिश्रांत शुद्ध सोनें आहे.

जसें जर २२ क्यारेकूट रुडू सोनें आणि दोन क्यारेकूट हीण एकत्र मिळविलें तर या मिश्रास २२ क्यारेकूट शुद्ध सोनें हणतात.

जर मिश्रांत मिळाले वेगळे पदार्थ असें एक हीन दुसरे शुद्धांत मिळाला आहे, तर तो हीन पदार्थ अति हलका हणून त्याचा भाव शून्य गणितात.

जसा पाण्याचा भाव शून्य होतो, जेकां दुधांत मिश्रित झालें, तसा हीणाचा भाव शून्य होतो, जेकां तें सोनें रुपें इत्यादिक उत्तम धातूंस मिश्रित झालें.

उत्तर, ७ १/२ औंस शुद्ध.

आठवें, तीन जातींचें तूप मण ५, ९, १४ १/२ दरमणीं भावरुपये १०, २३, ८ १/२ असें एकत्र केलें त्या मिश्रास दरमणीं किती रुपये पडतील.

उत्तर, ९ रुपये.

नववें, तीन जातींचें दूध शेर ४, १०, ९ ३/४ दरशेरीं पैसे ६, ५, ४ १/२ असें एकत्र केलें त्या मिश्रास दरशेरीं किती पैसे पडतील.

उत्तर, ४ ० १/२ पैसे.

दाहावें, एक फड्यानें तीन प्रकारचे गहुं मण १०, १८, २० दरमणीं रुपये ५, ३, २ या भावाचे एकत्र केले तर त्या मिश्राशीस दरमणीं किती रुपये पडतील.

उत्तर, ३ रुपये.

अकरावें, कोणी दुकानदारानें तीन जातींचें पीठ मण ३, ४, ५ दरमणीं रुपये ३ ३/४, ३, २ ३/४ या दराचें एकत्र केलें तर त्या मिश्रास दरमणीं किती रुपये पडतील.

रु. पा. रे.

उत्तर, ३ ० ० १/२

बारावें, सोनें तोळे ७, १२ ३/४, १० त्याचे अनुक्रमे कस ९८, ९६,

२४½ असें एकत्र आटिलें तर त्यामिश्रास कस काय लागेल.

उत्तर, २१½ कस.

तेरावें, सोनें तोळे २१, २२, ३९½ त्याचे कस २८, २६, २५ असें एकत्र आटिलें तर त्यामिश्रास कस काय लागेल.

उत्तर २६½, कस.

व्युत्क्रममिश्रगणित.

व्युत्क्रममिश्रगणित ह्मणजे अनंक सांगितले भावांचे अनंक शुद्धपदार्थ एकत्रमिश्र केले, तर त्यामिश्रास सांगितला भावा कावा, ते कां मिश्र करायास कोणते भावांचे पदार्थ किती किती परिमाणानें घ्यावे, ते काढायाची रीति आहे, ही रीति मध्यमिश्ररीतीचे उलट आहे, ह्मणून याचा ताळा मध्यमिश्ररीतीनें निघतो.

प्रथमरीतिः*

शुद्धपदार्थांचे भाव एकाखाली एक येतील असे लिहावे-२ इ

* मिश्रित, उणाभाव अधिक भावास जोडून आणि त्याचा प्रत्येकीं इच्छिते भावांशीं वजावक्या त्या त्या भावां समोर व्युत्क्रमांचें लिहून जें परिमाण निघते, तें असें आहे कीं, उणाभावांचे परिमाणावर जितका नफा येतो तितकाच अधिक भावांचे परिमाणावर

णि याचरीतीने प्रत्येक अधिकार प्रत्येक उण्याशी मिळवावे, - ३ मिश्र
भाव आणि प्रत्येक शुद्धभाव यांच्या वजाबाक्या ह्मणजे अंतरे तीं शुद्ध
भाव ज्याशी जसे मिळविले आहेत, त्यांचे त्यांचे समोर लिहावीं, नंतर एक
च वजाबाकी त्या भावांचे समोर आली तर तीच त्या राशीचें परिमाण हो
ईल, आणि अनेक वजाबाक्या आल्या तर त्यांची बेरीजे त्या राशीचें प
रिमाण होईल.

तोरा आहे, याजकरिता सर्वां परिमाणांवर नफा तोरा होईल, तो बरोबर, हाच इच्छित भाव
आहे, याच प्रमाणे अनेक शुद्धपदार्थ मिश्र केले तरीही जाणावे.

या रीतीने कितीही शुद्धपदार्थ किती एक शुद्धपदार्थांशी जोडिले असतील ह्म
णजे सर्वदा इष्टभावाहून उणे असतील ते अधिकारी जोडिले जातील, तरीही प्रत्येक
युग्माचा नफा तोरा पूर्वप्रमाणे बरोबर होईल, आणि याजकरिता सगळ्याचा नफा तो
रा बरोबर होईल हें सिद्ध.

या रीती पासून कळते कीं याजातीचे
प्रभास अनेक उत्तरे निघतील कारण एक उत्तर
काढिल्या नंतर इष्ट प्रमाणे हावीं नितकी या रीतीने
निघतील, ती रीति, वेगळाले काढिले परिमाणांस
किंवा १ अथवा ४ इत्यादिकानें गुणून किंवा भागून, याचें कारण उघड आहे. जर दोन
शुद्धपदार्थांचीं परिमाणे मध्यभावांशीं नफा तोरा बरोबर करितील, तर त्यांचे दुपटीशीं
ही किंवा तिपटीशींही, या प्रमाणे अनंतपर्यंत.

याजातीचे प्रभास बीजगणित जाणणारे अनंत ह्मणून ह्मणतात, आणि ज्या
पासून जितकीं उत्तरे निघतील तितकीं काढायाचा सिद्धांत बीजगणित रीतीनें करि
तां येतो.

१६	३
१८	२
२०	३
२४	५

प्रत्येक उदाहरणाचा ताळा मध्यमिश्ररीतीनें निघतो.

उदाहरणें.

प्रथम, कोणी एक सावकार १६, १८, २२ रुपये खंडी असें तीन जातीचे चणे एकत्र करून मिश्रराशि २० रुपये खंडी या भावानें विकावयास इच्छितो तर त्यानें तीन जातीचे चणे वेगळाले किती किती परिमाणानें घ्यावे ह्मणजे मिश्रराशीस इच्छिता भाव पडेल.

$$\begin{array}{lcl} \text{रु. २०} & \left\{ \begin{array}{l} १६ \\ १८ \\ २२ \end{array} \right\} & \begin{array}{l} २ \text{ खंडी } १६ \text{ चे भावाचे. } \quad \text{तर } २ \times १६ = ३२ \\ २ \text{ खंडी } १८ \text{ चे भावाचे. } \quad २ \times १८ = ३६ \\ ४ + २ = ६ \text{ खंडी } २२ \text{ चे भावाचे. } \quad ६ \times २२ = १३२ \end{array} \\ & & \text{खंडी } १० \quad \text{रु. २००} \end{array}$$

याचा ताळा मध्यमिश्ररीतीनें.

२, २, ६ खंडी हीं परिमाणें.

१६, १८, २२ रुपये हे भाव.

दुसरें, कोणी दुकानदार ४ आणि ६ रुपये मण असें दोन भावांचें तेल मिश्र करून ५ रुपये मण या भावानें विकावयास इच्छितो, तर त्यानें मिश्र करावयास दान जातीचे तेल प्रत्येकीं किती किती परिमाणानें घ्यावें.

उत्तर, १ खंडी मण किंवा शेर.

तिसरें, कोणी दुकानदार ४, ६, ११ पैसे शेर असे तीन भावां

उत्तर, १ दोर किंवा मण किंवा खंडी.

चवथें, कोणी दुकानदार दरबुशिल २ शिल्लिंग ६ पेन्स, ३ शिल्लिंग ८ पेन्स, ४ शिल्लिंग, आणि ४ शिल्लिंग ८ पेन्स, असे चार भावांचे गहुं एकत्र मिश्र करून दरबुशिल ३ शिल्लिंग १० पेन्स, या भावानें विकायास इच्छितो, तर त्यानें मिश्र करायास कोण कोणते गहुं किती किती परिमाणानें घ्यावें.

उत्तर, २ शि० ६ पे० यादराचे २ बु०, ३ शि० ८ पे० यादराचे २ बु०, ४ शि०, या० चे ३ बु०, आणि ४ शि० ८ पे० या० चे ३ बुशिल.

पांचवें, कोणी सोनार, १६, १८, २३, २४ क्यारेकूट चांगलें यादराचें सोनें एकत्र आहून मिश्र सोनें २१ क्यारेकूट चांगलें करायास इच्छितो तर त्यानें कोण कोणतें सोनें किती किती परिमाणानें घ्यावें.

उत्तर, १६ क्यारेकूटचें ३ भाग, १८ चें २ भाग, २३ चे ३ भाग, आणि २४ चे ५ भाग.

साहायें, कोणी दुकानदार मध्य १२ रुपय मण, राब १० रुपय मण, काकवी १ रुपया मण आणि पाणी ० रुपये मण, अशीं एकत्र मिश्र करून त्या मिश्रास दरमणी ८ रुपयांचा भाव द्यावा असें इच्छितो तर त्यानें

प्रत्येक काय काय परिमाणानें घ्यावी.

उत्तर, मध्य १५ राब १५ काकवी ६ आणि पाणी ६ मज.



दुसरी रीति.

जेव्हां मिश्राचें परिमाण सांगितलें आहे, पूर्वी सांगितले जोडण्याचे रीती करून उत्तर काढावें, नंतर याप्रमाणें प्रमाणराशी करावा, अशी परिमाणांची बेरीज : सांगितले परिमाणास आहे : : तसे जोडण्याचे रीतीनें काढिलेले शुद्धपदार्थ : प्रत्येकाचे इच्छिले परिमाणास होतील.

उदाहरणें.

प्रथम, सोने १५, १७, १८, २२ क्यारेकूट-चांगलें एकत्र आश्याचें आहे, असें कीं, ते मिश्र ४० तोळे २० क्यारेकूट चांगलें होईल, तर वेगळिलें त्या त्या जातीचें किती तोळे घ्यावें.

आतां २०	$\left\{ \begin{array}{l} १५ \\ १७ \\ १८ \\ २२ \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$	२	जसें १५ : ४० :: २ : ५
			२	१७ : ४० :: २ : ५
			२	१८ : ४० :: १ : ५
			५ + ३ + २ = १०	१५ : ४० :: १० : २५
		$\frac{१५}{१०}$		

उत्तर, १५ चे ५, १७ चे ५, १८ चे ५, आणि २२ चे २५ नोळे.*

* यास्थळी धातूंचे स्वभावावर अनेक प्रश्न सांगता येतील, परंतु खोलातून बहुचमत्कारिक एकच प्रश्न उरतो.

हे ईरो यानांनं सेराक्युसचा पाछाय होता. त्यानें, सगळा शुद्ध सोन्याचा मुकुट सोनारास करायास सांगितला, नंतर, तो त्यानें कत्तन आणिल्यावर त्यानं काही रुपें किंवा तांबें मिश्र केले असं मजरेस आले, परंतु तें किती याचा निश्चय होवा म्हणून अर्किमीडीज यानांनं एकचतुर पुरुष अति प्रसिद्ध तोही तेथें होता. तेव्हा त्यामुकुटातील हिणाचें परिमाण काढायास तो त्याचतुर पुरुषाजवळ दिला, पुढें.

त्यानें एक शुद्ध सोन्याची एकतांबें किंवा रुपें याची अशा दोन भरीव आकृती करून त्या पाण्यानें तोंडपर्यंत भरलेले पात्रांत पर्यायानें बुडविल्या, नंतर त्या आकृतीच्या शे गें पात्रांतून बाहेर पडले पाण्याची तोंडें केल्या पासून त्या भरीव आकृतीचें स्वभावास विहित झाले, म्हणजे यापासून आणि त्या प्रत्येकांचे सांगितले वजनापासून त्यामुकुटांत शुद्ध सोनें आणि हीण किती होतें त्याचें परिमाण काढितां आले.

आतां कल्पना कर कीं, त्या भरीव आकृति व मुकुट यांचें प्रत्येक वजन १० शेर आहे. आणि शुद्ध रुपें किंवा तांबें याचे भरीव आकृति मुकुटांमुळे पात्रांतून बाहेर पडलें पाणी १२ शेर आणि शुद्ध सोन्याचे भरीव आकृति मुकुटांमुळे पात्रांतून बाहेर पडलें पाणी ५२ शेर, आणि त्या मिश्र सोन्याचे मुकुटांमुळे पात्रांतून बाहेर पडलें पाणी ६४ शेर, तर त्या मुकुटांतील शुद्ध सोनें आणि हीण याचे प्रत्येक परिमाण काय होईल.

आतां केवळ तांबें किंवा रुपें याचा भाव १२ शुद्ध सोन्याचा ५२ आणि मिश्राचा ६४ आहे.

दुसरे, ४, ५, ६, ८ रुपये मण याचार भावांचे तांदूळ एकत्र मिश्र करून ते १०० मण ७ रुपयांचे भावानें विकायास इच्छितो, तर ते वेगळाले किती किती मण प्यावे.

उत्तर, ४ चे २ $\frac{३}{४}$, ५ चे २ $\frac{३}{४}$, ६ चे २ $\frac{३}{४}$, आणि ८ चे १ $\frac{३}{४}$ मण.

तिसरी रीति.*

जेकां एकशुद्ध पदार्थाचें परिमाण अमुक असावें ह्मणून सांगितलें आहे, तर पूर्वरीतीप्रमाणें प्रत्येक पदार्थाचें भावांच्या इष्ट भावाशीं व जाबाब्या कराव्या. नंतर या प्रमाणें राशी कराव्या, जसें सांगितले परिमाणाचे शुद्ध पदार्थांची वजादाकी : दुसरे वेगळे वेगळे वजाबाक्यांस होते : : तसें सांगितलें परिमाण : वेगळे वेगळे इच्छिले परिमाणास होईल.

याजकरितां ५४ $\frac{५२}{१००}$ २० आणि यांची बेरीज ह्मणजे १२ + २० = ४० परंतु ही १० यावी.
याजकरितां रीतीप्रमाणें ४० : १० :: १२ : ३ दोर तांबें
४० : १० :: २० : ७ दोर शुद्ध सोनें } हे उत्तर.

* अनेक पदार्थां अमुक अमुक परिमाणाचे असावे असें सांगितलें असेल तरी ही याच रीतीनें एकाचें परिमाण काढून मग दुसऱ्याचें काढावें, अशा अनुक्रमें सर्वांचीं परिमाणें निघतील. यांत दुसरी आणि तिसरी या रीतींचा आधार सांगायचें अगत्य नाहीं कारण, यासो नही प्रथमरीती पासूनच निघतात, तिचा आधार पूर्वी दाखविला गेला आहे.

उदाहरणें.

प्रथम, दरग्यालन ४ शिल्लिंग, दरग्यालन ५ शिल्लिंग, दरग्यालन ६ पेन्स, आणि दरग्यालन ६ शिल्लिंग, असे चार जातीचे पदार्थ यांचे त्यांत प्रथम ४ शिल्लिंग दराचा पदार्थ ३ ग्यालन घालणें आनिश्वास दरग्यालनी ५ शिल्लिंग ४ पेन्स असा भाव क्वावा तर प्ररिमाण किती किती घ्यावें.

४८	$२ + ८ = १०$ तर जसे १० : १० :: ३ : ३ ग्या०
६०	$२ + ८ = १०$ १० : १० :: ३ : ३ ग्या०
६६	$१६ + ४ = २०$ १० : २० :: ३ : ६ ग्या०
७२	$१६ + ४ = २०$ १० : २० :: ३ : ६ ग्या०

उत्तर, ५ शिल्लिंगचे ३ ग्यालन, ५ शिल्लिंग ६ पेन्सचे ६ ग्या०, ६ शिल्लिंगचे ६ ग्या० दुसरे, कोणी एक वाणी १२, १०, ६, ४ रुपये खंडी दराचे दाणें एक लायास इच्छितो, परंतु त्यांत दोवटील ४ रुपये खंडी दराचे २० खंडी व आहेत, आणि त्या निश्वास ८ रुपये खंडी असा भाव क्वावा तल्येक भावांचे किती किती घ्यावे.

उत्तर, $\begin{cases} ४ रुपयांचे भावांचे २० खंडी, ६ रु० चे १० खंडी, १० रु० चे १० खंडी, १२ रु० चे २० खंडी \end{cases}$

तिसरे, १५, १०, १८, २२ स्यारकूट चांगलें सोनें आहून निश्

करायास इच्छितो, परंतु, त्यांत निसरे १० क्यारेकूटचें ५ तोळे घालणें, आणि मिश्र २० क्यारेकूट चांगले कावें, तर बाकीचें किती किती तोळे घ्यावें.

उत्तर, १५ चें ५ तोळे, १७ चें ५ तोळे, २२ चें २५ तोळे.

इष्टराशि.

इष्टराशि म्हणजे किती एक प्रश्नांची उत्तरे उघड करायाची एक राशि आहे कीं, ज्या प्रश्नांची उत्तरे साधारण पूर्वरीती करून उघड होत नाहींत, कोणे वेळेस यारीतीस मिथ्या मनोद्वुत म्हणतात, कारण, सत्य संख्ये प्रमाणें मनःकलित मिथ्या संख्यांनीं काम केल्यापासून शोध टीं सत्य संख्या उत्पन्न होते, कोणी यारीतीस चुक शोध म्हणतात, कारण, मिथ्या संख्यांचे नपशिलानें शोध करितान, आणि चुक मिळवि ल्यापासून सत्य संख्या उत्पन्न होते.

ती एकैरी आणि दुहेरी या भेदेकरून दोन प्रकारची आहे.

एकैरी इष्टराशि.

एकैरी इष्टराशि तीच होय कीं, जीपासून एकच मिथ्या संख्येचे साहाय्यानें प्रश्नांचे उत्तर उघड निघते, जें उत्तर त्याचे मिथ्या संख्येशीं

प्रमाणांत आहे, ते प्रश्न एकेरी इष्टराशींतील होत, म्हणजे असें, इच्छिले संख्येस दुसरे सांगितले संख्येनें गुणायचें किंवा भागायाचें आहे, अथवा, जेव्हां इच्छिली संख्या तिणें तीच अथवा तिचे हर कोणते भागानें किती एक सांगितल्या वेळा अधिक किंवा उणी करायाची आहे.

रीति.

इच्छिली संख्या काढाया करितां कोणतीही संख्या घ्यावी, आणि प्रश्नांत सांगितल्या प्रमाणें तिशीं काम करावें, नंतर याप्रमाणें प्रमाण राशी कराव्या. जसें मिथ्या संख्येचें उत्पन्नः त्या मिथ्या संख्येस आद्देः नसें प्रश्नांतील उत्पन्नः त्याचे इच्छिले सत्य संख्येस होईल.*

उदाहरणें.

प्रथम, एक मनुष्यानें आपले मंगल
नंतर पाहातो तो ६०० रुपये बाकी
किती होतें.

* या रीतीचें कारण उघड अ
णांत आहेत.

जसें नअः अः नज्ञः इ

किंवा $\frac{अ + अ}{न - अ}$ इत्यादिः अः

पहिलें द्रव्य १२०० रुपये अशी मिथ्या संख्या घे.

$$\text{आतां } १२०० \text{ चा } \frac{१}{३} = ४००$$

$$\text{आणि } १२०० \text{ चा } \frac{२}{३} = ८००$$

$$\frac{४००}{१२००}$$

$$\frac{४००}{१२००}$$

$$\frac{४००}{१२००} \text{ बाकी.}$$

जसे, ४०० : १२०० :: ६०० : १४४० ही इच्छिली राशि हें उत्तर.

याचा ताळा.

$$१४४० \text{ चा } \frac{१}{३} = ४८०$$

$$१४४० \text{ चा } \frac{२}{३} = ९६०$$

$$\frac{४८०}{१४४०}$$

$$\frac{४८०}{१४४०}$$

$$\frac{४८०}{१४४०} \text{ ही बाकी प्रभा प्रमाणें आहे.}$$

दुसरें, ती संख्या काय आहे, जी ७ चांनीं गुणून तो गुणाकार ६ चांनीं भागिला असतां भागाकार २१ येईल.

उत्तर, १८.

तिसरें, ती संख्या काय आहे कीं, जी तिचे अर्धानें तृतीयांशानें आणि चतुर्थांशानें युक्त केली असतां ७५ बेरीज होईल.

उत्तर, ३६.

चवथें, एकसर्दारांनं आपले फौजेचा $\frac{१}{३}$ आणि $\frac{२}{३}$ कहीस पाठविला असतां तळावर १००० मनुष्यें राहिलीं तेव्हां त्या फौजेंत सर्व मनु

व्यं किती होती.

उत्तर, ६००० मनुष्ये.

पांचवे, कोणी एक गृहस्थानें भिकाऱ्यास ५० पैसे वांटिले, त्यांत प्रती केत्या, पुरुषास ६ बायकांस ४ आणि पोगस = याप्रमाणें आणि त्यांत बायका पुरुषांचे दुपट, आणि पोरें बायकांचे निपट अशीं होती, तेकां पुरुष बायका आणि पोरें अशीं त्याजमावांत किती किती होती.

उत्तर, पुरुष २ बायका ४ आणि पोरें १२.

साहाबें, दोघे भले मनुष्य मार्गति गोष्टी करीत चालिले होते, त्यांत एकां दुसऱ्यास विचारिलें कीं, तुझासवय किती आहे, तेकां त्यानें उत्तर केलें कीं, माझे वयाचे वर्षांचे ३ सानानीं गुणिले आणि त्या गुणाकारांत त्याच वर्षांचे ३ मिळविले तर २१० होतात, तेकां त्याचे वयाचीं किती वर्षे आहेत.

उत्तर, ४५ वर्षे.

दुहेरी इष्ट राशि.

दुहेरी इष्ट राशि झणजे किती एक वर्षांची उत्तरं दोन निव्या संख्यांचे साहाय्यानें उघड केल्याची गीति.

दुहेरी इष्टगर्दीशीं असे प्रश्न येतात की, ज्यांची उत्तरे सत्य संख्या इष्टगर्दीशीं प्रमाणांत नाहीत, जसे या प्रश्नांत, ज्यांत इच्छित संख्या त्या संख्येचा भाग किंवा समगुणाकार यांतून एक प्रकारानें वाढविली, किंवा मांगितले संख्येनें उणी केली, जी मांगितली संख्या इच्छित संख्येचा कोणता भाग आहे हें गऊक नाही.

प्रथमरीति.

सुमारानें कामाचे उपयोगी दोन मिथ्या संख्या घ्याव्या, आणि

* सिद्धान्त, यारीतीस आश्रय हा आहे की, प्रथम अंतर दुसरे अंतरास आहे, जशी प्रथम मिथ्या संख्या आणि प्रथम सत्य संख्यांची वजाबाकी. दुसरी मिथ्या संख्या आणि दुसरी सत्य संख्या यांचे वजाबाकीस आहे, जेव्हा अशा प्रमाणांत नाही, तेव्हा यारीतीनें उत्तर बरोबर काढितां येत नाही, ही रीति खरी आहे असें पूर्व आश्रया वरून दाखविता.

अ आणि व ही दोन अक्षरविनें घेतले संख्यांची असतील. तसें आ आणि या ही त्यांची प्रश्नांचे संकेता प्रमाणें उत्तरे असेल, तसें र आणि स ही त्यांची अंतरे असतील, म्हणजे न हें संकेताचे सत्य उत्तर, याशी वेगळ्या आ आणि वा यांच्या वजाबाकीस र आणि स असतील, आणि इष्ट संख्या दाखवायासक्ष घेतला, म्हणजे क्षचें उत्तर न होईल.

तेव्हां न-आ=र आणि न-वा=स अथवा वा-आ=र-स आतां ज्यास या रीतीचा आश्रय आहे, त्याप्रमाणे प्रमाणें रः सः : क्ष- अः क्ष-व, अंत्यपदे आणि मध्यपदे गुणून म्हणजे रक्ष-रव=सक्ष-स अन्तर स्थानांतरानें रक्ष-सक्ष=रव-सअ, मागाकारानें क्ष= $\frac{रव-सअ}{र-स}$ ही इच्छित संख्या आहे, म्हणजे ही रीति तेव्हा आहे की, जेव्हा दोन्ही अंतरे कमी पडतात.

त्यांशीं प्रश्नाचे संकेताप्रमाणें वेगळ्यांनीं एकेरी रीती प्रमाणें कामें करावीं, नंतर पाहावें कीं, या दोन संख्यांपासून जीं दोन उत्पन्न होतील त्या त आणि प्रश्नास किती भेद आहे, या भेदास अंतर म्हणतात. तें अंतर अधिक किंवा उणें असेल त्या प्रमाणें त्यास धन (+) ऋण (-) चिन्हें करावीं.

नंतर तीं दोन अंतरें गुणावीं अशी कीं, दुसरे अंतरानें प्रथम संख्या गुणिली जाईल, आणि प्रथम अंतरानें दुसरी संख्या, तेव्हां.

जर अंतरांचीं चिन्हें सरूप आहेत, तर वरचे गुणाकारांची व जाबाकी त्या अंतरांचे वजाबाकीनें भागावी, भागाकार येईल तो उत्तर होईल.

जर दोन्ही उत्पन्न सत्य उत्पन्नाहून अधिक असतील, म्हणजे आ आणि वा हीं दोन्ही नहून अधिक असतील, तर न-आ=-र आणि न-वा=-स म्हणजे र आणि स हीं दोनही (-) ऋण आहेत. याजकरितां -र:-स:: क्ष-अ: क्ष-व, परंतु -र:-स:: +र:+स, याजकरितां र:स:: क्ष-अ: क्ष-व, आणि सर्व बाकी पूर्व प्रकाराप्रमाणें बरोबर निघेल.

परंतु जर एक उत्पन्न आ कमी आणि दुसरें उत्पन्न वा अधिक असेल, अथवा एक अंतर र (+) धन आणि दुसरें अंतर स (-) ऋण असेल तर पूर्वप्रमाणें प्रमाण राशी करून समीकरणास हें रूप होईल. क्ष = $\frac{रव + सअ}{र + स}$ आणि ही रीति अंतरें विरूप आहेत तेव्हां उपयोगी होय.

परंतु अंतरांचीं चिह्नें विरूप आहेत, तर, उत्तरा कृशितां वरचे गुणाकारांची बेरीज त्याच अंतरांचे बेरिजनें भागावी.

टीप, दोन अंतरांचीं चिह्नें धन किंवा ऋण आहेत तर तीं सत्त्व होत, एक धन आणि एक ऋण अशीं आहेत तर तीं विरूप होत.

उदाहरणे.

प्रथम, ती संख्या काय आहे कीं, जी ५ यांनीं गुणून त्या गुणाकारांत १८ मिळविले आणि ती बेरीज ९ यांनीं भागिली, तर भागाकार २० होईल.

आतां १८ आणि २० या दोन मिथ्या संख्या सत्य सारख्या मानून घे.

प्रथमसंख्या.		दुसरीसंख्या.	ताळा.
१८		२०	२३
६		६	६
१०८		१८०	१६२
१८		१८	१८
१) १२६		१) १२८	१) १८०
१४	उत्पले	२२	२०
२०	सांगितलें उत्तर.	२०	
६	अंतरें.	४३	
३०		१८	
१८०		३६	
३६			
८) २१६	गुणाकारांची बेरीज.		
२३	इच्छित संख्या, हे उत्तर.		

दुसरी रीति.

गणितान्ता तपशील करून इच्छिते संख्येचे अतिसंनिधत्वा न संख्या काढून त्यांशी प्रभाचे संकेता प्रमाणे वेगळालीं कामें करावीं, नंतर जीं उत्पन्न होतील, तीं अधिक उणीं पाहून त्यांस (+) धन (-) ऋण चिह्ने अनुक्रमें करावीं.

या अतिसंनिध संख्यांची वजाबाकी त्यांतील एक अंतरांनीं गुणावी, आणि तो गुणाकार त्या अंतरांचे वजाबाकीनें भागावा, जर तीं अंतरें सरूप आहेत, आणि विरूप आहेत, तर त्यांचे वेगळेनें भागावा, अथवा या प्रमाणें प्रमाणराशी करावा, जशी दोन अंतरांची वजाबाकी : किंवा दोन उत्पन्नांची वजाबाकी : दोन येतले अतिसंनिध संख्यांचे वजाबाकीस आहे :: तसें कोणतेही अंतर : ते आपले संख्येचे शुद्धीस होईल.

नंतर तो भागाकार किंवा तें इच्छाफळ आपली संख्या अधिक असल्यास त्यांतून वजा करावे, आणि आपली संख्या उणी असल्यास त्यांत मिळवावे, ह्मणजे इच्छित संख्या उत्पन्न होईल.[‡]

[‡] ह्मणजे पूर्व अभ्रय सांगितला त्या प्रमाणें रः सः : क्ष-अः क्ष-व, वाज करितां भागाकारानें रः सः : व-अः क्ष-व, परंतु वा-आ=र-स वाज करितां वा-आः सः : व-अः क्ष-व, अथवा वा-आः व अः : सः क्ष-व, ह्मणजे ही दुसरी रीति आहे.

उदाहरणें.

प्रथम, पूर्व उदाहरण आहे तेंच यारीतीनें करावें.

प्रथम संख्या,

१८

दुसरी संख्या,

३० याची वजाबाकी १२

लाहान अंतर २

-६०० अंतरें ०० + २

याची बेरीज ८) २४

३ भागा
कार.

३० या अधिक संख्येंतून.

३ वजा करून.

२७ बाकी इतिली संख्या हें उत्तर.

अथवा, २२ - १४ : ३० - १८ : : किंवा ८ : १२ : : २ : ३. पूर्वप्रमाणें ३०
या संख्येचे शुद्धीत होईल.

दुसरें, बाप आणि लेंक हे दोघे बोलत होते, तेथें लेंकानें बा
पास विचारिलें, बापा तुझास वय काय आहे, बाप सांगतो, अरे बा
ळा आज तुझें वय माझे वयाचा ३/५ आहे परंतु ५ वर्षांपूर्वीं तुझें वय
माझे वयाचा ३/५ होता, तेव्हां त्यादोघांचीं वयें काय आहेत.

उत्तर, १५ आणि ४५

तिसरें, कोणीं गृहस्थानें प्रतिदिवशीं १३ प्रमाणें २० दिवसां
चें करारानें एक कारागीर ठेविला, त्याची करारी येणें प्रमाणें, तो कारा
गीर ज्या दिवशीं खेळेल किंवा गैरहजीर होईल त्या दिवसाचा त्यापा

सून उलटा रुपया $\frac{1}{2}$ दंड घ्यावा, पुढें करारीचे दिवस पुरे झाल्यानंतर त्या गृहस्थाकडे त्या कारागिराचे रुपये २२ ठरले, तेव्हां त्यानें किती दिवस काम केले.

उत्तर, १६ दिवस.

८

चवथें, अ आणि ब हे दोघे बरोबर समान रुपये घेऊन जुगार खेळायला स बसले, तो प्रथम च अ, रुपये २० जिंकिला, नंतर जवळचे सर्व पैस्याचे $\frac{1}{2}$ हारला, शेवटीं खेळ संपून उठले, ते समयां वचे जवळ अ चे चौपट पैसा झाला, तेव्हां प्रत्येकाजवळ आरंभी किती किती रुपये होते.

उत्तर, १०० रुपये.

पांचवें, अ आणि ब या दोघांचा आदाय बरोबर आहे, त्यांत अ आपले आदायाचा $\frac{1}{2}$ संग्रह करितो, परंतु ब प्रतिवर्षी अ पेक्षां ५०० रुपये अधिक खर्च करितो, आणि ४ वर्षांनंतर बला १००० रुपये कर्ज झालें, तेव्हां प्रतिवर्षी एकेकाचा आदाय व खर्च कीती तो सांग.

उत्तर, १२५० प्रत्येकाचा आदाय आणि अचा खर्च प्रतिवर्षी १००० रुपये व बचा १५०० रुपये.



गणितांतील कामाचे प्रश्न.

प्रथम, तोफेचे गोळ्याचा मोठा वेग काढमानाचे १ सेकंदांत २००० फुट आहे, तर त्या भावाने पृथ्वीपासून फुटलेला गोळा सूर्यमंडळां पोंचण्यास कितीवेळ लागेल, सूर्य आणि पृथ्वी यांचे मध्ये अंतर १००००००० मैल असं कल्पिलं, आणि एक वर्ष ह्यणजे ३६५ दिवस ६ अवर.

उत्तर, $\frac{2000}{365 \times 24 \times 60}$ वर्षे.

दुसरा, तोफेचा गोळा बाहेर पडतो ते समयी त्याचा वेग १ सेकंदांत १५०० फुट जाण्याचा असतो आणि सूर्याचा प्रकाश सूर्यापासून पृथ्वीवर पोंचण्यास ७१ मिनिटे लागतात, तेव्हा प्रकाशाचे वेगाचं त्या तोफेचे गोळ्याचे वेगाशी गुणोत्तर काय आहे.

उत्तर, जसे ७८२२२२३ : १ एकाला.

तिसरा, एक मिनिटांत ७० पावले चालतो, पाउल ह्यणजे २८ इंच, तर या भावाने एक अवरांत किती चालेल.

उत्तर, $1 \frac{113}{132}$ मैल.

चवथा, एक सेकंदांत २ पावले अथवा एक मिनिटांत १२० पावले चालतो, पाउल ह्यणजे २८ इंच, तर या भावाने कोणी शिपाई कुव करून चालते समयी १ अवरांत किती चालेल, आणि एक ठाणे २० मै

उत्तर, १३ मैल १ अवरांत चालेल.

आणि ७०० यार्ड लांबिची एक भिंत २२ दिवसांत सिद्ध करा

पांचवा, ७०० यार्ड लांबिची एक भिंत २२ दिवसांत सिद्ध करा
याचा संकेत, त्यांत १२ माणसांनी ११ दिवस काम केलें, तो ती भिंत २२०
यार्ड मात्र सिद्ध झाली. तेकां या भागानें काम चालविणें तर पूर्वसंके
ता प्रमाणें भिंत पुरी होण्यास पूर्वसंख्येहून किती माणसें अधिक
असावीं.

उत्तर, ४ माणसें पूर्वसंख्येहून अधिक.

साहावा, ५०००००००० रुपये एकाशीं एक लावून एका
पुढें एक असे भूमीवर एक सरळ रेंघेंत ठेविले, मनांत आण कीं, एके
क रुपयाचा व्यास एकेक इंच आहे, तर ती रुपयांची ओळ किती लांब
बहोईल.

मे. या. कु. इ.

उत्तर, ७८९१०० ७२८०० २०००

सातवा, एक शेताचे भोंवता बांध आहे, त्याची परिमिती ५३५
यार्ड आहे, आणि त्या शेताचे समोरा समोरचे बाजूंवर अ आणि व
हे दोघे मनुष्य उभे आहेत, त्यांत अ एक मित्र्यांत ११ यार्ड चालतो,



आणि ब तीन मिन्युटांत ३४ यार्ड चालतो, ते दोघे शेतास सव्यप्र दक्षिणा करायास उभे होते तेथून एक काळीच निघाले, तर लव कर चालणाराच्या किती प्रदक्षिणा होतील, तेव्हा पुढील मंदचाल णारास मिळवील.

उत्तर, १७ प्रदक्षिणा.

आठवा, कोणी एकला मनुष्य अ १२ दिवसांत जें काम करि तो, आणि तेंच काम दुसरा मनुष्य ब एकला १४ दिवसांत करितो, जर तेंच काम ते दोघे मिळून करितील तर किती दिवस लागतील.

उत्तर, $6\frac{2}{3}$ दिवस.

नववा, एक तांब्याचे खाणींत एकाचा भाग $\frac{3}{4}$ आहेत, त्या नें त्यांतून $\frac{3}{4}$ एक मनुष्यास १०००० रुपयांस विकले, तेव्हा त्यास गळेखाणीचें मोल काय होईल.

उत्तर, ४०००० रुपये.

दाहावा, कोणी एक मनुष्य आपले प्राप्तीचे एकचतुर्थी झाडून २०० रुपये अधिक खर्च करितो, तथापि त्याचे जवळ प्राप्तीचे आर्धाहून ३०० रुपये अधिक संग्रह राहातो, तेव्हा त्याची सर्व प्राप्ति किती.

उत्तर, २००० रुपये.

अकरावा, घड्याळांतील मिन्युटकांदा आणि अवर कांदा हे दोन्ही १२ अवरांचे स्थानी एकत्र होते, ते पुनः पुढे केदां एकत्र होतील.

अ. मि. से.

उत्तर, $1\frac{1}{11}$ अवर, किंवा $100 \times \frac{1}{11} = 9\frac{1}{11}$

बारावा, कोणी एक मनुष्याची प्राप्ति एक वर्षाची १५००० रुपये आहेत. आणि एक आठवड्यांत २१० रुपये खर्च करितो, ते कां वर्षांती किती रुपये संग्रह किंवा कर्ज होईल, एथे वर्ष विचारली मानावे.

उत्तर, ४०८० रुपये संग्रह.

तेरावा, कोणी एक मनुष्याने दर पैशास २ प्रमाणे १८० आंबे विकत घेतले, पुनः दर पैशास ३ प्रमाणे दुसरे १८० आंबे विकत घेतले, नंतर २ पैशांचे ५ प्रमाणे ते सर्व आंबे विकले, ते कां मुदलांत नफा किंवा तोटा किती झाला तो सांग.

उत्तर, ५ पैसे तोटा झाला.

चवदावा, दर आसामीस दर दिवशी दोन शेर प्रमाणे १५०० मनुष्यांस १२ आठवडे पर्यंत पुरेल इतकें अन्न कोणीत आहे, तेच अन्न दर आसामीस दर दिवशी $1\frac{1}{2}$ शेर प्रमाणे केल्यास २० आठवडे पर्यंत किती मनुष्यांस पुरेल.

उत्तर, १२०० मनुष्यांस.

पंधरावा, लंडन शहराचे भ्रवोन्नतांत पृथ्वीचे भोंवती त्यास्थ
ळां भ्रवोन्नत पारिघाची लांबी १५५५० मैल आहे, आणि पृथ्वी आप
ले आंसावर २३ अवर ५६ मित्युदांत पश्चमेकडून पूर्वेकडे प्रदक्षि
ण एकवार फिरते, तेव्हां या भावानें एक अवरांत फिरण्याचें गमन
किती आहे तें सांग.

उत्तर, ६४९ $\frac{३५९}{३५९}$ मैल.

सोळावा, कोणी मनुष्य अंतकाळां आपलें सर्वद्रव्य पुत्रास
देऊन आपण मरण पावला, नंतर त्या पुत्रानें त्या द्रव्याचा $\frac{३}{४}$ आठम
हिऱ्यांत खर्च केला, नंतर बाकी राहिले द्रव्याचे $\frac{३}{४}$ बारा महिन्यांत उ
पजीविकेस खर्च करून हिसाब पाहतो, तो ८२०० रुपये बाकी राहि
ले, तेव्हां सर्वद्रव्य किती होतें तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, १९१३३.०० १.०० ३१ सगळेंद्रव्य.

सत्रावा, एके किल्यास शत्रूनें फौजेचा वेढा दिला होता त्या
किल्यांत १००० मनुष्य होतें, त्यांस भक्षायाम प्रतिदिवशीं प्रतिमनु
ष्यास २ शेर प्रमाणें ५ आठवडे पर्यंत पुरेल इतकें अन्न संग्रहीं हो
तें, तेच समयी त्यांचे कुमकेस ५०० मनुष्य किल्यांत आलें, परंतु वे
ढा उठवाया जोगती कुमक येण्यास ८ आठवड्यांचा अवकाश आहे,

तेह्नां तेंच अन्न त्या सर्वास तेथपर्यंत पुरविणें प्राप्त. तेह्नां दर मनुष्यास दर दिवशीं किती शेर प्रमाणें द्यावें, तें सांग.

उत्तर, $3\frac{1}{2}$ पावशेर.

आठरावा, कोणी एक मनुष्यानें आपले अंतकाळीं धाक टेपुत्रास ८०००० रुपये दिले, हे वडिल पुत्रास जें द्रव्य दिलें त्याचे ५ हो तात, तेह्नां त्या मनुष्याचें सर्वद्रव्य किती तें सांग.

उत्तर, १०२००० सर्वद्रव्य.

एकुणिसावा, कोणी एक मनुष्य घज्याळाचे कांध्यावर दृष्टी ठेवून बसला होता, त्यास दुसऱ्यानें विचारिलें, किती अवर झाले, तेह्नां तो ह्मणतो, पांचांपासून साहा इतक्यांत आहे, तेसमयीं पुनः त्यानें विचारिलें कीं, निश्चय सांग, त्यास त्यानें उत्तर केलें, जे यास मयीं अवरकांटा आणि मिन्युटकांटा हे दोनी एकत्र आहेत, यावरून समज.

एक अवरांत अवरकांटा पूर्ण परिघाचा $\frac{1}{2}$ चालतो, आणि मिन्युटकांटा एक अवरांत सगळा परिघ अथवा $\frac{1}{2}$ चालतो.

उत्तर, $२०\frac{1}{2}$ मिन्युटे.

विसावा, २० मनुष्यें १२ दिवसांत जें काम करितील त्याचे नि षट काम पूर्ववेळेचे ५ तकरणें तर किती मनुष्यें असावीं.

उत्तर, ३०० मनुष्यें.

एकविसावा, कोणी एक मनुष्याने मरण समयी आपले द्रव्याचे ॥ एक पुत्रास देऊन जे बाकी राहिले त्याचे ॥ दुसरे पुत्रास दिले आणि जे बाकी राहिले ते बायकोस दिले, पुढे पाहतां त्या दोन पुत्रांचे वांट्यांची वजाबाकी ५१४३ रुपये १ पावला ३३ रेस इतकी आहे, तेव्हां बायकोस किती पावले ते सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, १२७०००० ३०० ५३

बाविसावा, कोणी मनुष्याने मरण समयी आपले द्रव्याचे ॥ एक पुत्रास आणि बाकी राहिले ते दुसरे पुत्रास असे लिहून मरण पावला, पुढे ते दोघे पुत्र द्रव्य वांटून घेऊं लागले, तो एकास दुसऱ्या पेक्षां १२००० रुपये अधिक आले, तेव्हां सगळे द्रव्य किती ते सांग.

उत्तर, ४००००० रुपये.

तेविसावा, मुंबई आणि पुणे यांचे मध्ये अंतर सप्ताराने १०० मैल आहे, आतां अ, आणि ब, हे दोन सांडणी स्वार या दोन स्थळांहून एकदांच निघाले, ते असे कीं अ, मुंबईहून निघाला तो पुण्यास जाणारा, आणि ब, पुण्याहून निघाला तो मुंबईस जाणारा, पुढे ते निघाल्यापासून ७ अवरांनीं मार्गीं परस्पर भेटले, तेव्हां असें कळलें कीं, ब पेक्षां अ दर अवरास ११ मैल अधिक चालिला,

तेव्हां यावरून ते उभयतां सोडणीस्वार दर अवरास किती किती मैल चालिले.

उत्तर, ७ $\frac{३५}{४}$ मैल, अ, आणि ६ $\frac{११}{४}$ मैल, व.

चोविसावा, पुणें आणि पंढरपूर यांचे मध्ये अंतर सुमारानें १३० मैला आहे, आतां प्रातःकाळीं आठ अवर वाजतांच पंढरपुरा हून अ, जासूद निघाला पुण्यास जाणारा, तो दर अवरास ३ मैल चालतो, आणि त्याच दिवशीं सायंकाळीं चार अवर वाजतांच पुण्या हून व, जासूद निघाला पंढरपुरीं जाणारा, तो दर अवरास ४ मैल चालतो, तेव्हां या दोघांची मार्गी पंढरपुरापासून किती मैलांवर भेट होईल तें सांग.

उत्तर, पंढरपुरापासून ६९ $\frac{३}{४}$ मैलांवर.

पंचविसावा, १०० आंबे एकेक यार्डाचे अंतरानें सरळ रघेंत ठेविले आहेत, आणि प्रथम आंब्यापासून एक यार्डाचे अंतरानें पांटी ठेविली आहे, तेसमयीं एकांने दुसऱ्यास सांगितलें कीं प्रतिखेपेस १ एक आंबा पांटींत ठेवावा, तर आशारीतीनें सर्व आंबे त्या पांटींत येत पर्यंत त्या मनुष्यास किती चालावें लागेल, तें सांग.

मै. यार्ड

उत्तर, ५०० १३००

सविसावा, विलायते कडेस इनाली या देशांत घड्याळें आहे,

तेथें अहोरात्र मिळून एकापासून २४ अवर वाजतात तेव्हां अव
र काढ्याची १ प्रदक्षिणा होते त्याप्रदक्षिणेंत किती वेळे वाजतात ते
सांग.

उत्तर, ३०० वेळे.

सत्ताविसावा, शेष यानांवाचा एक मनुष्य होता, त्यानें आ
पले बुद्धिबळानें अर्धवुदबळांचा खेळ उत्पन्न करून आपले राजा
स दाखविला, तेसमयीं तो खेळ पाहून राजा अति संतुष्ट झाला, आ
णि त्याला सात हजणाला, तेव्हां त्यानें मागितलें कीं या बुद्धबळांचे प
टास ६४ कोष्टक आहेत, तर पहिले कोष्टकास १ गहु, दुसऱ्यास २ ति
सऱ्यास ४ याप्रमाणें प्रतिकोष्टकास दुपटीनें वाढते असे ६४ पर्यंत जे
गहुं होतील, त्यांचें द्रव्य मला द्यावें, तें राजानें मान्य केलें, तेव्हां जर
२००७५ गहुं एक शेंगेंत राहातील, तर दर मणास दोन रुपये प्रमाणें
त्या सर्व गह्वांचे किती रुपये होतील.

रु. पा. रे.

उत्तर, ३८२८७१४००४५०५७ . . . २ . . . ३८

अठाविसावा, कोणी एक मनुष्यानें प्रतिवर्षीं आपले द्रव्याचे
३ पेशां १००० रुपये अर्धीक अवारीतीनें नारवर्षे पर्यंत द्रव्य वाढवि
लें, पाहातो तो १०३४२१ रुपये ३ पावले ५० रेस इतकें झालें तेव्हां आ
रंभी किती रुपये होते ते सांग.

उत्तर, ४०००० रुपये.

एकुणतिसावा, कोणी एक मनुष्याने ७५०० रुपये कर्जी घेतले, नंतर ७ वर्षांनी १०१२५ रुपये दिले, इतक्याने व्याजसह्याने कर्ज फिटलें तेव्हां दरसाल दरशेंकड्यास व्याजाचा दर काय तो सांग.

उत्तर, ५ रुपये.

तिसावा, १०००० रुपये आहेत, अ, ब, क, या तिघांस वांटून घावे ते असे कीं, अला कडून १२०० रुपये अधिक मिळतील, आणि बला कडून ९५० रुपये उणे मिळतील, तेव्हां त्या तिघां त कोणास किती रुपये येतील सांग.

उत्तर, अ. ४४५० ब. २३०० क. ३२५० रुपये.

एकतिसावा, कोणी एक मनुष्याजवळ घड्याळ होते, त्यास दुसऱ्याने विचारिलें कीं, यावेळेस किती अवर वाजले आहेत, तेव्हां तो सांगतो जे दुपारचे बारा अवर वाजल्यापासून हीवेळ पर्यंत जो काळ गेला तो यावेळेपासून रात्रीचे बारा वाजत पर्यंत जो काळ जाणार त्याचे दुप्पट आहेत, तेव्हां यावस्तुन बारांवर किती वाजले सांग.

अ.

उत्तर, १०.२० मिन्युटे

बतिसावा, मनांत आण कीं कोणा एका जवळ गलबताचे $\frac{३}{४}$ होते त्या गलबताची किंमत १२००० रुपये, पुढें त्यानें त्यांतून $\frac{२}{३}$ चे $\frac{३}{४}$ विकले, आतां बाकी राहिले भागाचे किती रुपये होतील.

उत्तर, $\frac{३०}{३४}$ यांची किंमत १८५० रुपये.

तेहतिसावा, १२०० बिघे जमीन अ, ब, क, या तिघांस वांटून देणें आहे, ती अशी कीं, बला अहून १०० बिघे अधिक, आणि कला बहून ६४ बिघे अधिक मिळेल, तेव्हां कोणास किती येईल सांग.

उत्तर, अला ११२ बला ४१२ कला ४७६ बिघे.

चवतिसावा, ती संख्या काय आहे कीं, ज्या संख्येंतून $\frac{३}{४}$ चे $\frac{३}{४}$ बजा केलून बाकींत $\frac{३}{४}$ चे $\frac{३}{४}$ मिळविले, तर बरोबर १० होतील.

उत्तर, ९ $\frac{३३}{४}$.

पत्तिसावा, एक संख्या, अशी आहे कीं त्या संख्येस जर $१\frac{३}{४}$ चे $\frac{३}{४}$ चे $\frac{३}{४}$ यांनी गुणिलें असतां गुणाकार बरोबर १ होईल, त्या संख्येचा वर्ग काय आहे तो सांग.

उत्तर, $१\frac{३३}{४}$.

छतिसावा, $८\frac{३}{४}$ इंच रुंदीचा एक तकता आहे, आणि एक चौरस फुट म्हणजे १२ इंच लांब, आणि बारा इंच रुंद घेणें आहे, त त्यांत कत्यांतून किती इंच लांब घेतला तर बरोबर १ चौरस फुट होईल.

उत्तर, १५१६ इंच.

सदतिसावा, तें सुदृढ काय आहे कीं, ज्याचें व्याज दरसा
ल दरशेंकडा ५ रुपये प्रमाणें आहे, आणि ११ वर्षांत रास १३०१ रुप
ये १ पावला होते.

उत्तर, १३०० रुपये.

अडतिसावा, कोणी गृहस्थानें मरणसमयीं आपलें द्रव्य
अ, ब, क, या तीन पुत्रांस वांटून दिलें, तें असें कीं, जेकां बला ३ तेकां
अला ४ आणि जेकां बला ६ तेकां कला ९ या प्रमाणें, आतां अचा भा
ग ४०००० रुपये निघाला, तेकां सगळें द्रव्य किती सांग.

उत्तर, १९००० रुपये.

एकुणचाळिसावा, एक कुत्रा आणि एक ससा असे एके
शेतांत ४० चार्डचे अंतरानें होते, तें
कूं लागला, त्यास आरंभी कुत्र्याने
नंतर पाहिलें, आणि त्यास धरावे
या प्रमाणें दोघे धावूं लागले, त्यांत
१० मैल आणि कुत्र्याचे धावण्याच
कुत्र्यानें त्यास शास धरिलें तेकां
धरी पर्यंत मध्यें काळ किती गेल

चाकिसाबा, दोन भले मनुष्यांचे पुत्र द्रव्य हीन हो
घांस एके सरकारांत एकसमयींच दोनस्थळीं समान प्रा
ग मिळाले तेव्हां त्यांची वयें १० अठरा वर्षांची होती, त्यांत ए
वेकी तो आपले प्राप्तीपेक्षां प्रतिवर्ष १०० रुपये अधिक खर्च
तुल्याचे मनांत लोकांचा पैका बुडवावा ही गोष्ट वाईट ह्म
वर्षी त्या अधिक खर्च केले रुपयांचें दरशेंकडा दरवर्षास
ये ५ प्रमाणें खर्च लिहून आपले जीवाचा विमा दरशेंकड
६ प्रमाणें करित असे.

आणि दुसरा विवेकी होता, तो प्रतिवर्ष आप
च १०० रुपये संग्रह करून ते दरशेंकडा दरसाल व्याज
प्रमाणें वाढवीत असे.

नंतर त्या दोघांची ५० पंनास वर्षांची वयें झालीं, ते
स्पर नेटले, तेसमयीं सरकारांतून प्रत्येकाची प्राप्ती प्रतिवर्ष
रुपये होती, ते परस्पर गोष्टी करूं लागले, तेथें अविवेक्यानें
क्षां अधिक खर्च केला ही आपली चूक पदरी घेऊन निश्चय
आजपासून जुनें कर्जांचें व्याज व जीवाचे विमाचा ऐवज
प्राप्तींतून बाकी राहील तितक्यांत आपला खर्च चालवी
विवेक्यानें निश्चय केला कीं, आज पर्यंत संग्रह झाला आ
कें मुद्दल राखून त्याचें व्याज व सरकार संबंधी प्राप्ती हें

